

Nombres relatifs : découverte et comparaison

I - Nombres positifs, nombres négatifs

Pour mieux comprendre

Certaines grandeurs se mesurent des deux côtés d'une valeur de référence : une température au-dessus ou au-dessous de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, une altitude au-dessus ou au-dessous du niveau de la mer, une date avant ou après Jésus-Christ, un solde bancaire créditeur ou débiteur. Les nombres appris jusqu'ici ne permettent d'en écrire qu'une moitié.

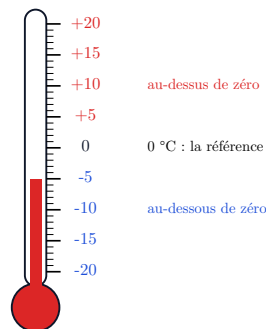


Fig. 1. – Sur un thermomètre, $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $+5\text{ }^{\circ}\text{C}$ sont à la même distance de 0, de part et d'autre.

Définitions

- Un nombre **positif** est un nombre supérieur ou égal à 0.
- Un nombre **négatif** est un nombre inférieur ou égal à 0.
- Un nombre est **strictement positif** s'il est positif et différent de 0, **strictement négatif** s'il est négatif et différent de 0.

Remarque

0 est à la fois positif et négatif : c'est le seul nombre dans ce cas.

Notation

Un nombre positif s'écrit avec un signe + devant, ou sans signe : +7 et 7 désignent le même nombre. Un nombre négatif s'écrit toujours avec un signe – devant : –7.

Définition 1

Un nombre **relatif** est un nombre positif ou négatif. Il s'écrit avec deux éléments :

- son **signe** : + ou – ;

- sa **valeur absolue** : un nombre positif ou nul.

Exemples

- Dans -123 , le signe est $-$ et la valeur absolue est 123.
- Pythagore est né vers l'an 580 avant J.-C. : -580 .
- Leonhard Euler est né en 1707 : $+1707$.
- La température de fusion du diazote est de $-210\text{ }^{\circ}\text{C}$.

II - Opposé et valeur absolue

Définition 2

L'**opposé** d'un nombre relatif est le nombre de même valeur absolue et de signe contraire.

Exemples

- L'opposé de $+5$ est -5 ; l'opposé de $-2,5$ est $+2,5$.
- L'opposé de 0 est 0.

Définition 3

La **valeur absolue** d'un nombre relatif est ce nombre « sans son signe » : c'est sa distance à 0 sur la droite graduée.

Exemples

- La valeur absolue de $+5$ est 5 ; celle de -7 est 7.
- -7 et $+7$ ont la même valeur absolue : ils sont opposés.

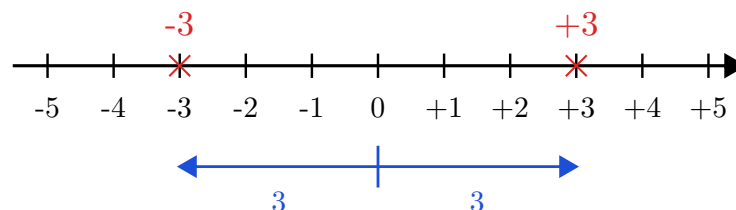


Fig. 2. – Deux nombres opposés sont à la même distance de l'origine, de part et d'autre : ils sont symétriques par rapport à 0.

III - Repérage sur une droite graduée

Définition 4

Sur une droite graduée, on place les nombres positifs à droite de l'origine et les nombres négatifs à gauche. L'**abscisse** d'un point est alors un nombre relatif.

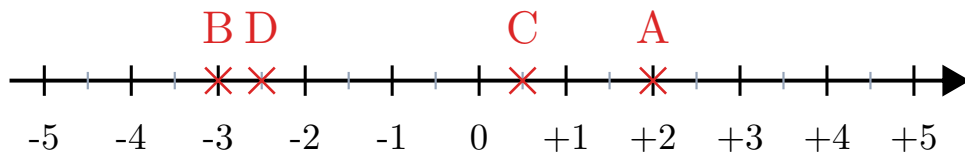


Fig. 3. – $A(2)$, $B(-3)$, $C(0,5)$ et $D(-2,5)$: le signe indique de quel côté de l'origine se trouve le point.

Méthode 1 — Placer un nombre relatif

1. Le signe donne le côté : à droite de 0 si le nombre est positif, à gauche s'il est négatif.
2. La valeur absolue donne la distance à l'origine, comptée en unités.

Remarque

Deux nombres opposés ont des points symétriques par rapport à l'origine.

IV - Comparer et ranger des nombres relatifs

Propriété 1

Sur une droite graduée orientée vers la droite, le plus grand de deux nombres est celui dont le point est le plus à **droite**.

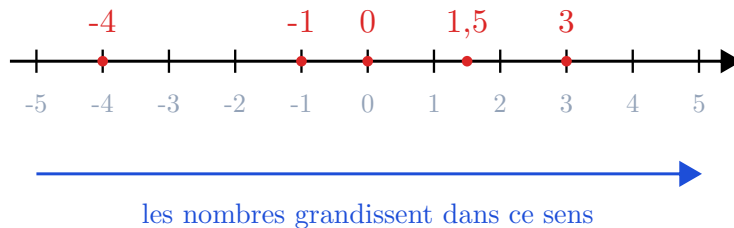


Fig. 4. – Comparer, c'est regarder qui est le plus à droite : $-4 < -1 < 0 < 1,5 < 3$.

Propriétés — Règles de comparaison

- Tout nombre positif est supérieur à tout nombre négatif.
- Entre deux nombres **positifs**, le plus grand est celui qui a la plus grande valeur absolue.
- Entre deux nombres **négatifs**, le plus grand est celui qui a la plus **petite** valeur absolue.

Exemples

- $3,2 > -100$: un positif est toujours plus grand qu'un négatif.
- $4,7 > 4,2$: deux positifs, on compare les valeurs absolues.
- $-2 > -9$: deux négatifs, et $2 < 9$; c'est bien -2 le plus grand.

Remarque

C'est là qu'on se trompe le plus souvent : -9 est plus « gros » que -2 par sa valeur absolue, mais il est plus **petit** comme nombre. Une dette de 9 € est pire qu'une dette de 2 €.

Méthode 2 — Ranger une liste de nombres relatifs

1. Séparer les nombres négatifs des nombres positifs.
2. Ranger les négatifs par valeurs absolues **décroissantes** : ils viennent en premier, du plus petit au plus grand.
3. Ranger ensuite les positifs par valeurs absolues croissantes.

Exemple

Ranger 3 ; $-2,5$; 0 ; -7 ; 1,5 dans l'ordre croissant :

$$-7 < -2,5 < 0 < 1,5 < 3.$$