

Angles et parallélisme

I - Vocabulaire des angles

Définition 1

Deux angles sont **adjacents** s'ils ont le même sommet, un côté commun, et s'ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun. Leurs mesures s'ajoutent alors pour donner celle de l'angle qu'ils forment ensemble.

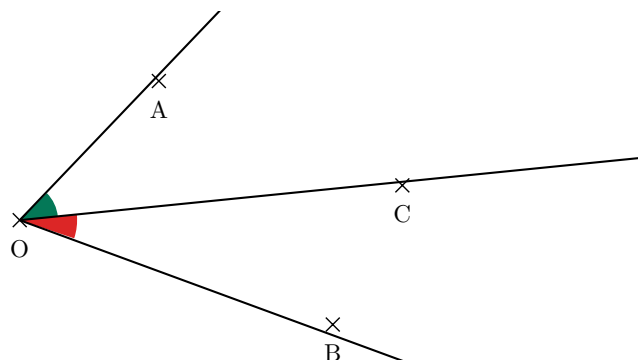


Fig. 1. – Les angles AOC et COB sont adjacents : ils partagent le côté $[OC)$.

Définitions

- Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures vaut 90° .
- Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures vaut 180° .

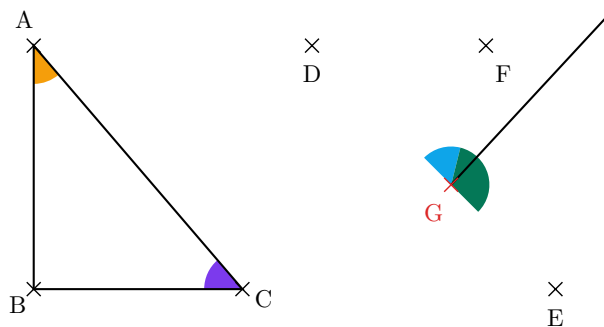


Fig. 2. – À gauche, deux angles complémentaires ; à droite, deux angles supplémentaires, ici adjacents et portés par une même droite.

Définition 2

Deux angles sont **opposés par le sommet** s'ils ont le même sommet et si leurs côtés se prolongent l'un l'autre.

Propriété 1

Deux angles opposés par le sommet ont la **même mesure**.

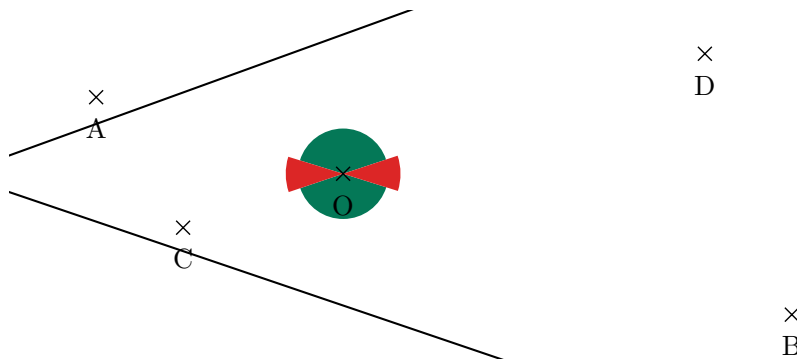


Fig. 3. – Deux droites sécantes forment quatre angles : ceux qui se font face sont égaux deux à deux.

II - Angles alternes-internes, angles correspondants

Lorsque deux droites (d) et (d') sont coupées par une troisième droite, appelée la **sécante**, huit angles apparaissent : quatre à chaque point d'intersection.

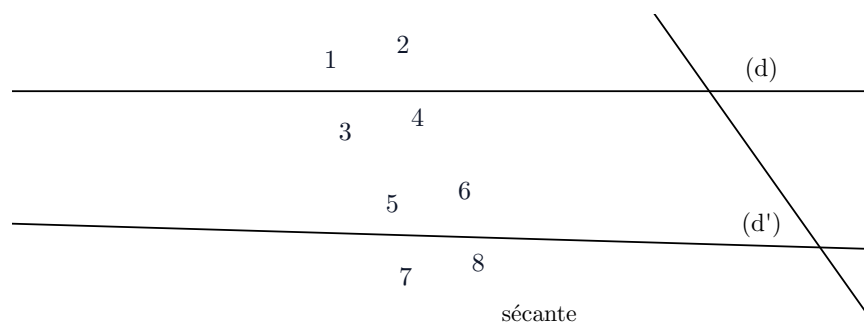


Fig. 4. – Les huit angles formés par deux droites et leur sécante. Les angles 3, 4, 5 et 6 sont dits *intérieurs* (entre les deux droites), les autres *extérieurs*.

Définition 3

Deux angles sont **alternes-internes** lorsque, dans cette figure :

- ils ont des sommets différents ;
- ils sont de part et d'autre de la sécante ;
- ils sont tous deux à l'intérieur des deux droites.

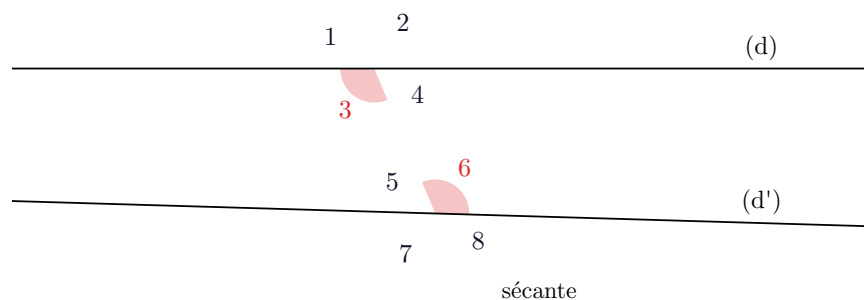


Fig. 5. – Les angles 3 et 6 sont alternes-internes ; 4 et 5 le sont aussi.

Définition 4

Deux angles sont **correspondants** lorsque :

- ils ont des sommets différents ;
- ils sont du même côté de la sécante ;
- l'un est à l'intérieur des deux droites, l'autre à l'extérieur.

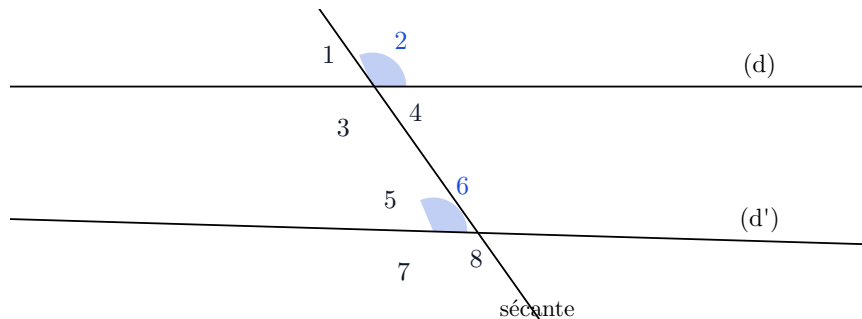


Fig. 6. – Les angles 2 et 6 sont correspondants. Il y a quatre paires de ce type : (1;5), (2;6), (3;7) et (4;8).

Remarque

Ces définitions ne parlent que de **position** : elles n'affirment rien sur les mesures. C'est le parallélisme qui, ensuite, rend ces angles égaux.

III - Caractérisation du parallélisme

Propriété 2

Si deux droites sont **parallèles**, alors les angles alternes-internes qu'elles forment avec une sécante ont la même mesure, et les angles correspondants aussi.

Propriété 3 — Réciproque

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes égaux, ou deux angles correspondants égaux, alors ces deux droites sont **parallèles**.

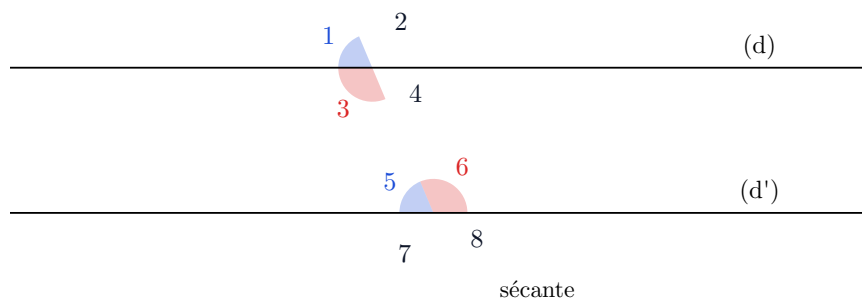


Fig. 7. – Les droites étant parallèles, les angles alternes-internes 3 et 6 sont égaux, et les angles correspondants 1 et 5 le sont aussi.

Méthode 1 — Démontrer que deux droites sont parallèles

1. Repérer la sécante, et les deux angles sur lesquels on travaille.
2. Justifier qu'ils sont alternes-internes, ou correspondants.
3. Vérifier qu'ils ont la même mesure.

4. Conclure par la réciproque : les deux droites sont parallèles.

Exemple

Deux droites sont coupées par une sécante ; les angles 3 et 6 mesurent chacun 57° . Ils sont alternes-internes et de même mesure : les deux droites sont donc parallèles.

Méthode 2 — Calculer une mesure d'angle

Quand les droites sont **déjà connues comme parallèles**, on enchaîne les trois outils : angles opposés par le sommet, angles supplémentaires (deux angles adjacents portés par une droite), et égalité des angles alternes-internes ou correspondants.

Exemple

Deux droites parallèles sont coupées par une sécante, et l'angle 1 mesure 110° .

- 2 mesure $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$, car 1 et 2 sont supplémentaires.
- 4 mesure 110° , car 1 et 4 sont opposés par le sommet.
- 6 mesure 70° , car 2 et 6 sont correspondants.