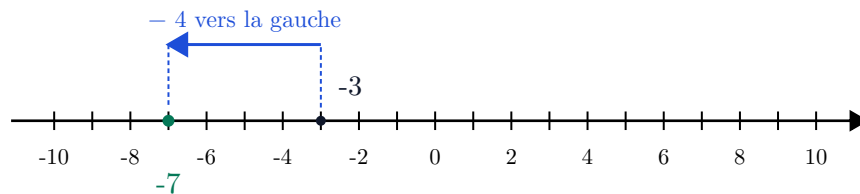


Addition et soustraction de nombres relatifs

I - Additionner deux nombres relatifs

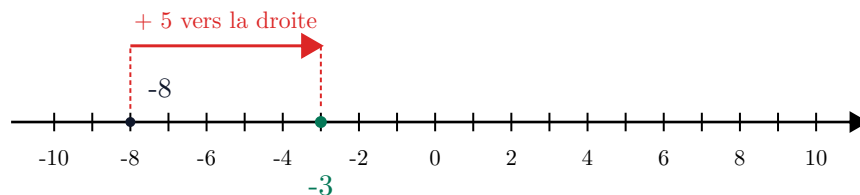
Pour mieux comprendre

Ajouter un nombre relatif, c'est se déplacer sur la droite graduée : vers la **droite** si le nombre est positif, vers la **gauche** s'il est négatif. Le résultat est le point d'arrivée.



$$(-3) + (-4) = -7$$

Fig. 1. – $(-3) + (-4)$: on part de -3 , on recule de 4, on arrive à -7 .



$$(-8) + (+5) = -3$$

Fig. 2. – $(-8) + (+5)$: on part de -8 , on avance de 5, on arrive à -3 .

Méthode 1 — Additionner deux nombres relatifs

- S'ils sont de **même signe** : la somme garde ce signe, et on **additionne** les valeurs absolues.
- S'ils sont de **signes contraires** : la somme prend le signe du terme de plus grande valeur absolue, et on **soustrait** les valeurs absolues.

Exemples

- $(-7) + (-9) = -16$: même signe, $7 + 9 = 16$.
- $(-8) + (+5) = -3$: signes contraires, $8 - 5 = 3$, et -8 l'emporte.
- $(+12) + (-4) = +8$: signes contraires, $12 - 4 = 8$, et $+12$ l'emporte.

Propriété 1

La somme de deux nombres **opposés** est nulle : $(-6) + (+6) = 0$.

Remarque

L'ordre des termes ne change pas la somme : $(-8) + (+5) = (+5) + (-8)$. On peut donc regrouper les termes comme on veut.

II - Additionner plusieurs nombres relatifs**Méthode 2 — Somme de plusieurs relatifs**

1. Regrouper d'un côté tous les termes positifs, de l'autre tous les termes négatifs.
2. Additionner chaque groupe séparément.
3. Additionner les deux résultats obtenus, qui sont de signes contraires.

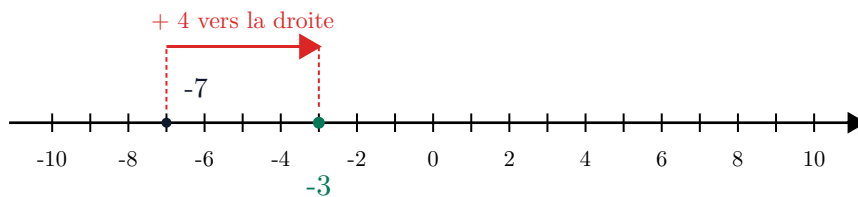
Exemple

$$\begin{aligned} (-5) + (+8) + (-3) + (+2) &= [(+8) + (+2)] + [(-5) + (-3)] \\ &= (+10) + (-8) \\ &= +2. \end{aligned}$$

III - Soustraire un nombre relatif**Propriété 2**

Soustraire un nombre, c'est **ajouter son opposé** :

$$a - b = a + (-b).$$



$$(-7) - (-4) = (-7) + (+4) = -3$$

Fig. 3. - $(-7) - (-4)$: soustraire -4 , c'est ajouter $+4$, donc avancer de 4.

Méthode 3 — Calculer une différence

1. Transformer la soustraction en addition, en remplaçant le nombre soustrait par son opposé.
2. Appliquer alors la règle d'addition des relatifs.

Exemples

- $(-7) - (-4) = (-7) + (+4) = -3$.
- $(+4) - (+7) = (+4) + (-7) = -3$.
- $(-2) - (+9) = (-2) + (-9) = -11$.

Remarque

Le signe $-$ a donc deux rôles : il marque le **signe** d'un nombre (-4) , et il marque l'**opération** de soustraction $(7 - 4)$. C'est la place qu'il occupe dans l'écriture qui les distingue.

IV - Parenthèses et simplification d'écriture

Convention

On n'écrit jamais deux signes d'opération à la suite : $3 + -5$ ne se note pas. C'est pour cela qu'on écrit $3 + (-5)$, avec des parenthèses.

Propriété 3 — Simplifier une écriture

Une somme de relatifs s'écrit sans parenthèses en appliquant deux règles :

- $+(+a)$ et $-(-a)$ s'écrivent $+a$;
- $+(-a)$ et $-(+a)$ s'écrivent $-a$.

Autrement dit, deux signes identiques donnent un $+$, deux signes différents donnent un $-$.

Exemples

- $(+7) + (-3) - (-5) = 7 - 3 + 5 = 9$.
- $(-4) - (+6) + (-2) = -4 - 6 - 2 = -12$.
- $(-4) - (-9) = -4 + 9 = 5$.

Remarque

Les parenthèses restent **indispensables** quand elles changent l'ordre des calculs : $8 - (3 + 5) = 0$, alors que $8 - 3 + 5 = 10$. Les supprimer n'est légitime que dans une somme de relatifs, où l'ordre est libre.

V - Enchainements et problèmes

Méthode 4 — Enchaîner additions et soustractions

1. Écrire toutes les soustractions comme des additions.
2. Supprimer les parenthèses inutiles.
3. Regrouper les positifs entre eux, les négatifs entre eux, puis conclure.

Exemple

$$\begin{aligned} (-6) + (+4) - (-3) - (+8) &= -6 + 4 + 3 - 8 \\ &= (4 + 3) - (6 + 8) \\ &= 7 - 14 = -7. \end{aligned}$$

Exemple — Un relevé de température

À 6 h, il fait -4 °C. La température monte de 9 degrés dans la journée, puis redescend de 6 degrés dans la nuit.

$$-4 + 9 - 6 = 5 - 6 = -1.$$

Il fait donc -1 °C à la fin de la nuit.

Exemple — Un compte bancaire

Un compte affiche $-35,5$ €. Un virement de 120 € arrive, puis un prélèvement de 62 € est effectué.

$$-35,5 + 120 - 62 = 84,5 - 62 = 22,5.$$

Le solde final est de 22,5 €.

Exemple — Des altitudes

Un plongeur descend à -18 m, puis remonte de 7 m.

$$-18 + 7 = -11$$

: il se trouve à -11 m. L'écart entre le fond du lac, à -24 m, et sa position est $-11 - (-24) = -11 + 24 = 13$ m.