

Puissances : carré et cube

I - Notation

Définitions

Pour un nombre a :

- $a^2 = a \times a$, qui se lit « a au **carré** » ;
- $a^3 = a \times a \times a$, qui se lit « a au **cube** ».

Le petit chiffre écrit en haut à droite est l'**exposant** : il indique combien de fois le nombre est utilisé comme facteur.

Pour mieux comprendre

Ces noms viennent de la géométrie : $a \times a$ est l'aire d'un carré de côté a , et $a \times a \times a$ le volume d'un cube d'arête a .

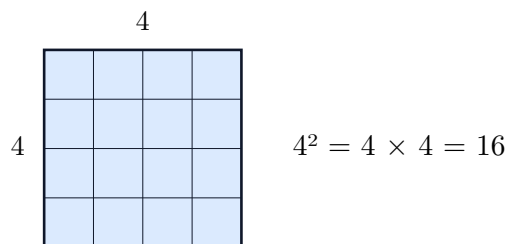


Fig. 1. – Un carré de côté 4 contient $4 \times 4 = 16$ carrés unité : $4^2 = 16$.

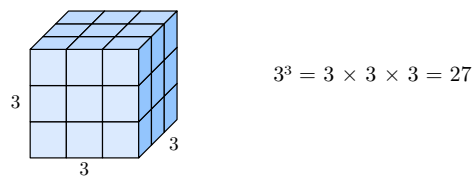


Fig. 2. – Un cube d'arête 3 contient $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes unité : $3^3 = 27$.

Exemples

- $4^2 = 4 \times 4 = 16$.
- $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.
- $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$.
- $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$.

Remarque

Les parenthèses comptent : $(-4)^2 = 16$, alors que $-4^2 = -16$, car dans la seconde écriture l'exposant ne porte que sur le 4.

II - Carrés et cubes à connaître

Propriété 1 — Les carrés des entiers de 0 à 12

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

Et $0^2 = 0$.

Propriété 2

$10^2 = 100$ et $10^3 = 1\,000$: l'exposant compte les zéros.

Définition 1

Un **carré parfait** est le carré d'un entier : 1, 4, 9, 16, 25... Reconnaître un carré parfait, c'est reconnaître qu'un nombre peut s'écrire n^2 .

Méthode 1 — Écrire un nombre sous forme de puissance

Chercher dans le tableau des carrés, ou décomposer en facteurs : un nombre qui s'écrit $a \times a$ est a^2 ; un nombre qui s'écrit $a \times a \times a$ est a^3 .

Exemples

- $49 = 7 \times 7 = 7^2$.
- $1\,000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$.
- $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$; $0,25 = 0,5 \times 0,5 = 0,5^2$.

III - Calculer avec des puissances

Propriété 3 — Priorité

Dans un enchaînement d'opérations, les **puissances** se calculent avant les multiplications et les divisions, donc avant les additions et les soustractions — mais après les parenthèses.

Méthode 2

1. Effectuer les calculs entre parenthèses.
2. Calculer les carrés et les cubes.
3. Effectuer ensuite les multiplications et divisions, puis les additions et soustractions.

Exemples

- $3 + 4^2 = 3 + 16 = 19$, tandis que $(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$.
- $5 \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$, tandis que $(5 \times 2)^3 = 10^3 = 1\,000$.
- $2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$.
- $(1 + 2)^3 - 5^2 = 27 - 25 = 2$.

Remarque

2^3 et 3^2 ne sont pas égaux : $8 \neq 9$. L'exposant et la base ne s'échangent pas.

IV - Expressions littérales avec une puissance**Convention**

Avec des lettres, x^2 signifie $x \times x$, et $3x^2$ signifie $3 \times x \times x$: l'exposant ne porte que sur x , pas sur le 3. Pour élever le tout au carré, il faut écrire $(3x)^2$.

Méthode 3 — Évaluer une expression avec puissance

1. Remplacer la lettre par sa valeur, entre parenthèses si elle est négative.
2. Calculer la puissance en premier, puis le reste.

Exemples

- $x^2 + 1$ pour $x = 5$: $25 + 1 = 26$.
- $3x^2$ pour $x = 4$: $3 \times 16 = 48$, alors que $(3x)^2 = 12^2 = 144$.
- $x^3 - x$ pour $x = 2$: $8 - 2 = 6$.
- $x^2 + 2x$ pour $x = -3$: $9 + (-6) = 3$.

Exemples — Des formules avec puissances

- Aire d'un carré de côté c : $\mathcal{A} = c^2$.
- Volume d'un cube d'arête a : $V = a^3$.
- Aire d'un disque de rayon r : $\mathcal{A} = \pi \times r^2$.

Remarque

Doubler le côté d'un carré ne double pas son aire : elle est multipliée par $2^2 = 4$. Pour un cube, le volume est multiplié par $2^3 = 8$.