

Probabilités

I - Vocabulaire du hasard

Définitions

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on connaît tous les résultats possibles, mais dont on ne peut pas prévoir lequel se produira.
- Une **issue** est l'un de ces résultats possibles.
- Un **évènement** est un ensemble d'issues, décrit par une phrase.

Exemple

Lancer un dé à six faces est une expérience aléatoire.

- Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
- « Obtenir un nombre pair » est un évènement, réalisé par les issues 2, 4 et 6.
- « Obtenir 7 » est un évènement **impossible** ; « obtenir un nombre inférieur à 10 » est un évènement **certain**.

Exemples — D'autres expériences aléatoires

- Lancer une pièce : deux issues, « pile » et « face ».
- Tirer une boule dans un sac opaque contenant des boules de couleurs.
- Faire tourner une roue partagée en secteurs.

Remarque

Une expérience n'est aléatoire que si le résultat n'est pas décidé d'avance : compter le nombre d'élèves présents dans la classe n'est pas une expérience aléatoire.

II - La probabilité d'un évènement

Définition 1

La **probabilité** d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1 qui mesure la chance qu'il se réalise : 0 pour un évènement impossible, 1 pour un évènement certain.

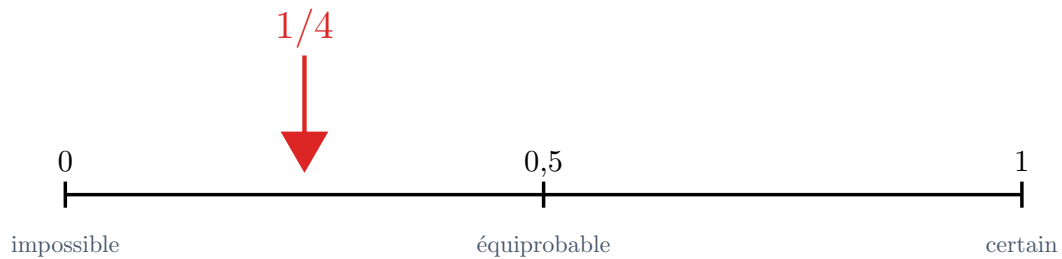


Fig. 1. – Toute probabilité se place sur cette droite, entre l'impossible et le certain.

Notation

La probabilité peut s'écrire sous forme de fraction, de nombre décimal ou de pourcentage : $\frac{1}{2}$, 0,5 et 50% désignent la même chance.

III - Équiprobabilité

Définition 2

Une situation est dite d'**équiprobabilité** lorsque toutes les issues ont la **même** chance de se produire.

Propriété 1

Dans une situation d'équiprobabilité à n issues, chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{n}$, et la probabilité d'un évènement est

$$P = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}.$$

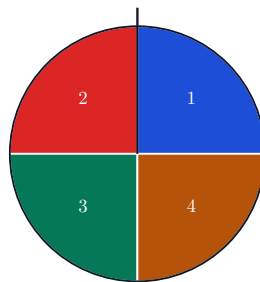


Fig. 2. – Des secteurs de même taille : chaque couleur a la même probabilité de sortir.

Exemples

- Avec un dé équilibré : $P(\text{obtenir } 4) = \frac{1}{6}$, et $P(\text{obtenir un nombre pair}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
- Avec une pièce équilibrée : $P(\text{pile}) = \frac{1}{2} = 50\%$.
- Dans un sac de 10 boules dont 3 rouges : $P(\text{rouge}) = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$.

Méthode 1 — Calculer une probabilité en situation d'équiprobabilité

1. Vérifier que toutes les issues ont bien la même chance : dé équilibré, pièce non truquée, boules indiscernables au toucher.

2. Compter le nombre total d'issues.
3. Compter les issues qui réalisent l'évènement.
4. Écrire le quotient, puis le simplifier.

Propriété 2

La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience vaut 1.

Remarque

L'équiprobabilité est une hypothèse, pas une évidence : un dé lesté ou une roue à secteurs inégaux n'y obéit pas, et le calcul par comptage ne s'applique plus.

IV - Expérimenter : effectifs et fréquences

Protocole — Répéter une expérience et enregistrer

1. Choisir l'expérience et la répéter un grand nombre de fois, dans les mêmes conditions.
2. Noter dans un tableau l'**effectif** de chaque issue.
3. Calculer la **fréquence** de chaque issue : son effectif divisé par le nombre total d'essais.
4. Comparer ces fréquences aux probabilités attendues.

Exemple

Une pièce lancée 200 fois :

Issue	Effectif	Fréquence	Probabilité
pile	104	0,52	0,5
face	96	0,48	0,5
Total	200	1	1

Propriété 3

Plus le nombre d'essais augmente, plus la fréquence observée d'un évènement se rapproche de sa probabilité. C'est ce qui donne un sens concret au nombre calculé.

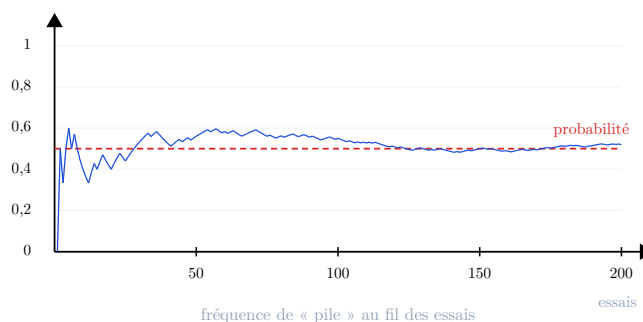


Fig. 3. – La fréquence de « pile » s'agite au début, puis se stabilise autour de 0,5.

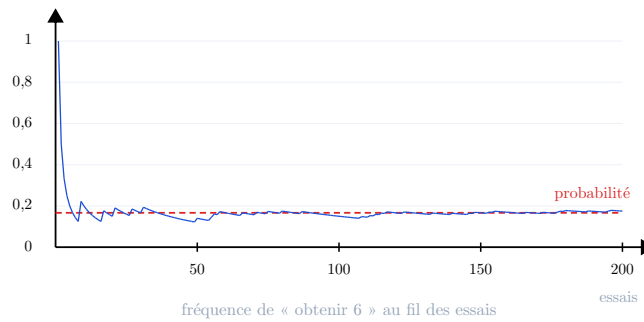


Fig. 4. – Même phénomène pour « obtenir 6 » avec un dé, autour de $\frac{1}{6} \approx 0,17$.

Remarque

Sur 10 lancers, obtenir 7 fois pile n'a rien d'anormal ; sur 10 000 lancers, ce serait très surprenant. Une probabilité ne prédit pas un résultat isolé : elle décrit ce qui se passe sur un grand nombre d'expériences.