

Notion de fonction

I - L'expression « en fonction de »

Définition 1

Deux grandeurs sont **dépendantes** lorsqu'il existe un moyen — une formule, un tableau, un graphique — de calculer ou de lire la valeur de l'une à partir de la valeur de l'autre.

Notation

On dit alors que la première s'exprime **en fonction de** la seconde. L'ordre compte : c'est la grandeur qui **dépend** qu'on nomme en premier.

Exemples

- L'aire d'un disque s'exprime en fonction de son rayon : $\mathcal{A} = \pi \times r^2$.
- Le périmètre d'un carré s'exprime en fonction de son côté : $P = 4c$.
- Le prix payé à la pompe s'exprime en fonction du nombre de litres.
- La hauteur d'eau d'une rivière s'exprime en fonction du temps, sans qu'aucune formule ne la donne : la dépendance se lit sur un graphique.

Remarque

Toutes les dépendances ne se calculent pas. Une grandeur peut dépendre d'une autre par un tableau de mesures ou une courbe relevée, sans formule connue — la dépendance n'en est pas moins réelle.

Exemple

La température ressentie dépend **à la fois** de la température ambiante et de la vitesse du vent : une grandeur peut dépendre de plusieurs autres.

II - Tableaux de valeurs

Définition 2

Un **tableau de valeurs** range côte à côte les valeurs des deux grandeurs : une colonne par couple.

Méthode 1 — Produire un tableau à partir d'une formule

1. Choisir plusieurs valeurs de la grandeur dont tout dépend.
2. Appliquer la formule à chacune, en détaillant le calcul.
3. Ranger les résultats dans la seconde ligne du tableau.

Exemple

Périmètre d'un carré, $P = 4c$:

côté c (cm)	1	2	3	4	5
périmètre P (cm)	4	8	12	16	20

Méthode 2 — Lire un tableau de valeurs

Une colonne se lit comme une phrase : « quand le côté vaut 3 cm, le périmètre vaut 12 cm ». Entre deux colonnes, le tableau ne dit rien : il ne donne que les valeurs qu'il contient.

III - Graphiques cartésiens**Méthode 3 — Du tableau au graphique**

1. Choisir un repère, la grandeur dont tout dépend en abscisse, l'autre en ordonnée.
2. Graduer les deux axes en indiquant les grandeurs et leurs unités.
3. Placer un point par colonne du tableau.

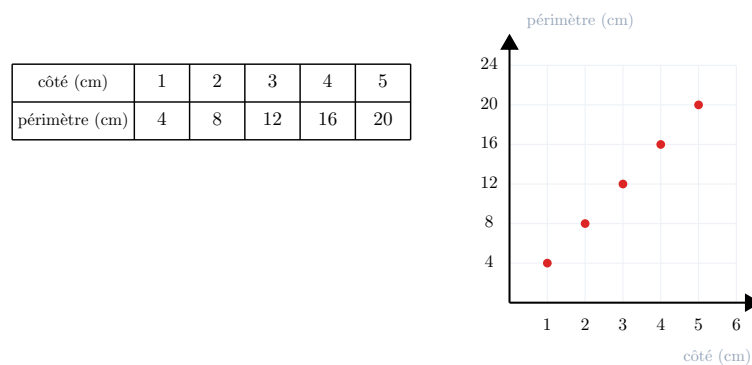


Fig. 1. — Chaque colonne du tableau devient un point du repère.

Méthode 4 — Lire un graphique

- D'une abscisse vers une ordonnée : monter à la verticale jusqu'à la courbe, puis lire à l'horizontale sur l'axe vertical.
- D'une ordonnée vers une abscisse : faire le chemin inverse.

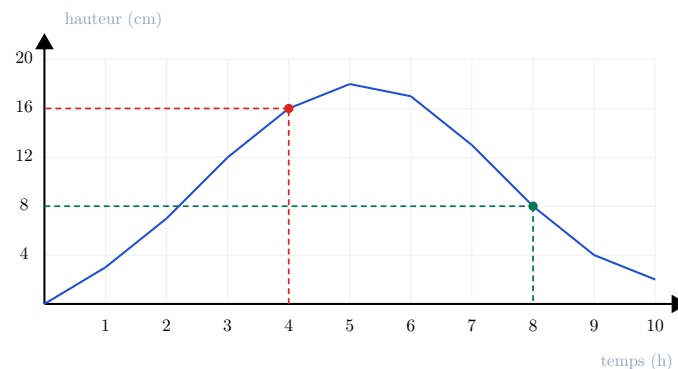


Fig. 2. — En rouge : à 4 h, la hauteur est de 16 cm. En vert : la hauteur vaut 8 cm à 8 h.

Remarque

Relier les points n'a de sens que si les valeurs intermédiaires existent : une hauteur d'eau varie à chaque instant, alors qu'un nombre d'élèves ne prend que des valeurs entières. Dans ce dernier cas, on laisse un **nuage de points**.

IV - Formules et proportionnalité

Méthode 5 — Produire une formule

1. Nommer par une lettre chacune des deux grandeurs.
2. Décrire par des opérations comment on obtient l'une à partir de l'autre.
3. Vérifier la formule sur une ou deux colonnes du tableau.

Exemples

- Un cahier coûte 2,5 € : le prix p de n cahiers est $p = 2,5 \times n$.
- Un taxi facture 4 € de prise en charge et 2 € par kilomètre : le prix p pour d kilomètres est $p = 4 + 2d$.
- L'aire d'un rectangle de largeur fixe 3 et de longueur L est $\mathcal{A} = 3L$.

Propriété 1 — Caractérisation graphique de la proportionnalité

Deux grandeurs sont proportionnelles si et seulement si les points du graphique sont **alignés** et si la droite passe par l'**origine** du repère.

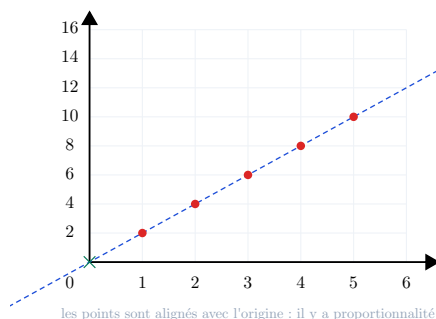


Fig. 3. — Alignés avec l'origine : les deux grandeurs sont proportionnelles.

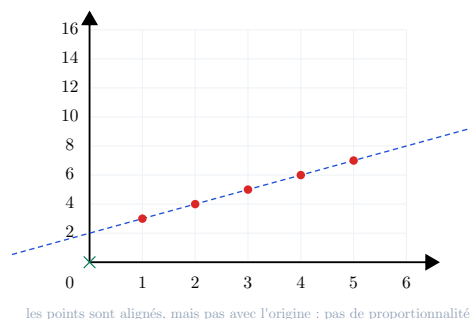


Fig. 4. — Alignés, mais la droite ne passe pas par l'origine : le prix du taxi n'est pas proportionnel à la distance.

Méthode 6 — Reconnaître la proportionnalité sur une formule

Une formule du type $y = k \times x$ traduit une proportionnalité ; dès qu'un terme s'ajoute, comme dans $y = k \times x + b$ avec $b \neq 0$, il n'y en a plus.

Exemple

$p = 2,5 n$: proportionnalité, la droite passe par l'origine — zéro cahier, zéro euro. $p = 4 + 2d$: pas de proportionnalité, car 0 kilomètre coûte déjà 4 €.