

Nombres entiers et décimaux

I - Chiffres et nombres

Définitions

- Un **chiffre** est un symbole parmi 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9.
- Un **nombre** sert à compter, mesurer ou comparer, et on peut l'écrire avec un ou plusieurs chiffres.

Pour mieux comprendre

- Le mot maison s'écrit avec 6 lettres : M-A-I-S-O-N.
- Le nombre 396 s'écrit avec 3 chiffres : 3-9-6.

a) Tableau de numération

Milliards			Millions			Milliers			Unités		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
								1	2	3	4
		1	5	0	0	0	3	6	0	0	0

Tableau 1. – Deux nombres placés rang par rang.

b) Chiffres de... / Nombres de...

Exemples

- 2 est le **chiffre des centaines** de 1 234.
- 3 est le **chiffre des dizaines de milliers** de 1 500 036 000.
- 123 est le **nombre des dizaines** de 1 234.
- 150 003 est le **nombre des dizaines de milliers** de 1 500 036 000.

Remarque

Le chiffre des dizaines est un symbole unique ; le nombre de dizaines compte toutes les dizaines du nombre, y compris celles cachées dans les centaines et les milliers.

II - Nombres décimaux

Définition 1

Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule — éventuellement aucun, comme un nombre entier.

a) Le tableau de numération décimale

Partie entière			,	Partie décimale					
CENTAINES	DIZAINES	UNITÉS		DIXIÈME	CENTIÈME	MILLIÈME	DIX-MILLIÈME	CENT-MILLIÈME	MILLIONNIÈME
1	2	3	,	4	5	6	7	8	9
	1	3	,	4	8	2			
		0	,	7	8	9	4		

Tableau 2. – 123,456 789, 13,482 et 0,789 4 placés rang par rang.

Exemples

Dans 13,482 :

- le **chiffre** des unités est 3 ;
- le **nombre** de dixièmes est 134.

Dans 0,789 4 :

- le **chiffre** des dix-millièmes est 4 ;
- le **nombre** de dix-millièmes est 7894.

Remarque

Le chiffre d'un rang occupe une seule case du tableau. Le nombre de ce rang se lit en prenant tout ce qui est à gauche, virgule comprise : il compte aussi les unités de rang supérieur.

b) Plusieurs écritures
Fractions décimalesDéfinition 2

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 1, 10, 100, 1000, etc.

Exemples

$$0,5 = \frac{5}{10} \quad 3,87 = \frac{387}{100} \quad 0,007 = \frac{7}{1000}$$

Décomposition

Exemples

$$\begin{aligned} 3,87 &= 3 + 0,8 + 0,07 \\ &= 3 + 8 \times 0,1 + 7 \times 0,01 \\ &= 3 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 54,123\,4 &= 54 + 0,1 + 0,02 + 0,003 + 0,000\,4 \\
 &= 54 + 1 \times 0,1 + 2 \times 0,01 + 3 \times 0,001 + 4 \times 0,000\,1 \\
 &= 54 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{4}{10000}
 \end{aligned}$$

Remarque

Il existe une troisième écriture, réservée aux nombres compris entre deux entiers : le **nombre mixte**, entier suivi d'une fraction < 1 . Elle est étudiée dans le chapitre sur les fractions.

c) Repérage sur une droite graduée**Exemple**

Pour placer 0,237, on zoome trois fois : d'abord entre 0 et 1, puis entre 0,2 et 0,3, puis entre 0,23 et 0,24.

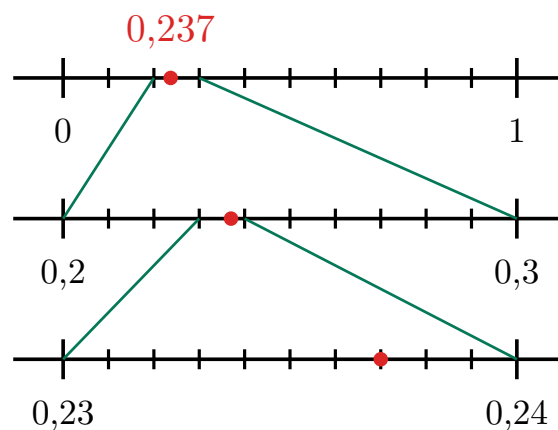


Fig. 1. – Chaque chiffre après la virgule choisit dans quel dixième de la droite précédente on continue de chercher.

d) Comparaison et ordre**Notation**

On note $a \leq b$ pour dire que a est plus petit **ou égal** à b , et $a \geq b$ pour dire que a est plus grand **ou égal** à b .

Méthode 1

Pour comparer deux nombres décimaux :

1. on compare d'abord leur **partie entière**, avant la virgule ;
2. puis, on compare chaque chiffre après la virgule, en commençant par les dixièmes, puis les centièmes, etc.

Exemples

$$1,23 < 1,24 \quad 3,3 > 3,07$$

Remarque

$3,3 > 3,07$ bien que 07 ait plus de chiffres que 3 : on compare rang par rang, jamais le nombre de chiffres. 3,3 vaut 3,30.

Méthode 2 — Ordonner une liste

Pour ranger une liste de nombres décimaux du plus petit au plus grand — ou l'inverse — on les compare deux à deux, rang par rang, comme ci-dessus.

Exemple

Ranger 2,5, 2,45 et 2,54 du plus petit au plus grand :

$$2,45 < 2,5 < 2,54$$

e) Encadrement et intercalation

Définition 3

Encadrer un nombre, c'est trouver deux autres nombres : un plus petit, et un plus grand.

Remarque

Dans certains cas, on veut que les deux nombres trouvés soient **consécutifs** au rang demandé.

Exemples

- Encadrer 3,2 à l'unité : $3 < 3,2 < 4$.
- Encadrer 5,126 au dixième : $5,1 < 5,126 < 5,2$.
- Encadrer 100,876 54 au dix-millième : $100,876\ 5 < 100,876\ 54 < 100,876\ 6$.

Définition 4

Intercaler un nombre entre deux autres, c'est trouver un nombre compris entre les deux.

Exemple

2,47 est intercalé entre 2,4 et 2,5 : $2,4 < 2,47 < 2,5$.

f) Valeur arrondie

Définition 5

Arrondir un nombre, c'est le simplifier en ne gardant qu'un certain nombre de chiffres après la virgule.

Méthode 3

1. Repérer le chiffre à la position où on veut arrondir (unité, dixième, centième, etc.).
2. Regarder le chiffre juste à droite de cette position :
 - s'il est 0, 1, 2, 3 ou 4, on **garde** le chiffre de la position choisie ;
 - s'il est 5, 6, 7, 8 ou 9, on **augmente de 1** le chiffre de la position choisie.

Exemples

- Arrondir 3,2 à l'unité : $3,2 \approx 3$.

- Arrondir 5,126 au centième : $5,126 \approx 5,13$.

Remarque

Un nombre qui n'est pas décimal — comme $\frac{1}{3}$ — possède aussi une valeur arrondie : on calcule d'abord une valeur approchée avec assez de chiffres après la virgule, puis on arrondit comme ci-dessus.

$$\frac{1}{3} \approx 0,333\,3 \approx 0,33 \quad (\text{arrondi au centième})$$