

Cercles, disques et équidistance

I - Autour du cercle

Définitions

Soit un point O et une distance r .

- L'ensemble des points situés à une distance **égale à r** du point O est appelé **cercle** de centre O et de rayon r .
- L'ensemble des points situés à une distance **inférieure ou égale à r** du point O est appelé **disque** de centre O et de rayon r .

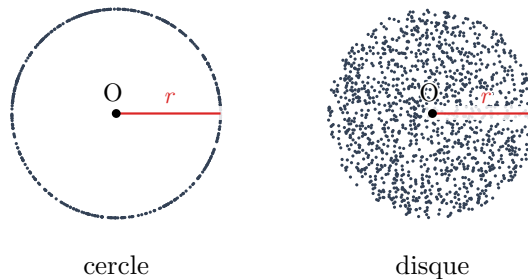


Fig. 1. – Le cercle est un trait ; le disque est une surface. Seule la condition sur la distance change.

Définition 1

Le **diamètre** d'un cercle est un segment reliant deux points du cercle et passant par le centre.

Propriété 1

Le diamètre d'un cercle mesure le **double** de son rayon.

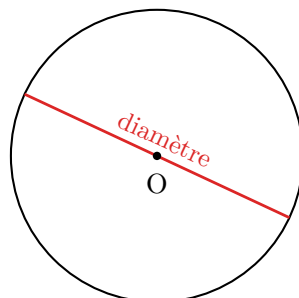


Fig. 2. – Le diamètre garde la même longueur quelle que soit son orientation.

Formules

$$\text{diamètre} = 2 \times \text{rayon} \quad \text{rayon} = \text{diamètre} \div 2$$

Définition 2

Une **corde** est un segment reliant deux points du cercle.

Définition 3

Un **arc de cercle** est une portion de cercle délimitée par deux points du cercle.

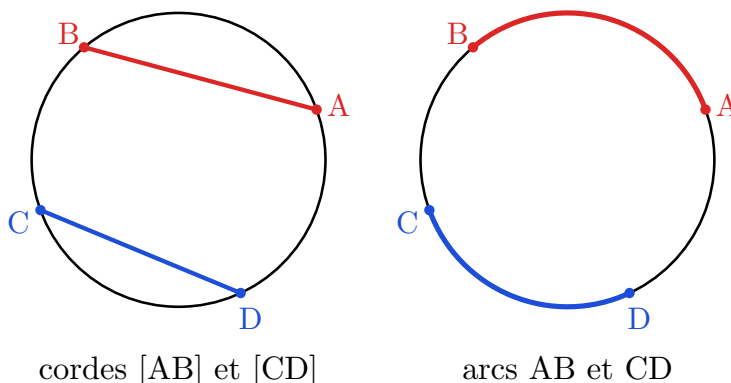


Fig. 3. – Les mêmes points A, B, C, D définissent des cordes (à gauche) et des arcs (à droite).

A, B, C et D appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$:

- $[AB]$ et $[CD]$ sont des **cordes** de $(\mathcal{C})$;
- les arcs AB et CD sont des **arcs** de $(\mathcal{C})$.

Remarque

Le diamètre est une corde particulière : c'est la plus longue de toutes.

II - Problèmes de distance à un point

Pour mieux comprendre

Un cercle de centre O et de rayon r est exactement l'ensemble des points situés à la distance r de O : il permet de **construire** tous les points qui vérifient une condition de distance, sans avoir à les chercher un par un.

Exemple

Trouver les points situés à 3 cm de A et à 4 cm de B , c'est chercher les points d'intersection du cercle de centre A et de rayon 3 cm avec le cercle de centre B et de rayon 4 cm.

III - Médiatrice et équidistance

Propriété 2

Un point appartient à la médiatrice d'un segment **si et seulement si** il est équidistant des extrémités de ce segment — c'est-à-dire à la même distance de chacune.

- Si M est sur la médiatrice de $[AB]$, alors $AM = BM$.
- Réciproquement, si $AM = BM$, alors M est sur la médiatrice de $[AB]$.

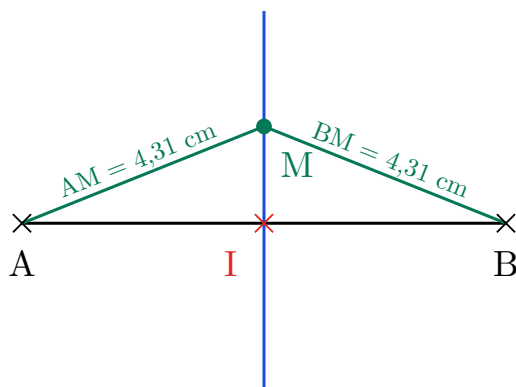


Fig. 4. – Où que soit M sur la médiatrice, $AM = BM$.

Remarque

C'est la réciproque qui rend la construction au compas possible : deux arcs de même rayon centrés en A et en B se coupent en des points équidistants de A et de B , donc situés sur la médiatrice.

a) Construction d'une médiatrice au compas

Protocole

1. Avec le compas, tracer un grand arc de cercle de centre A — d'un rayon supérieur à la moitié de AB .
2. Avec le compas, tracer un arc de cercle de centre B , **du même rayon**.
3. Relier les deux points d'intersection.

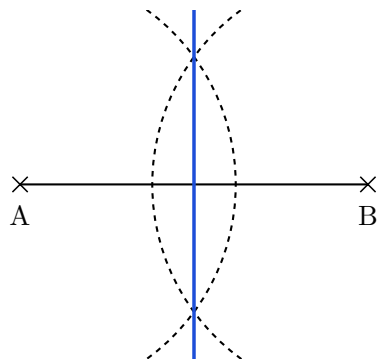


Fig. 5. – Les deux arcs ayant le même rayon, leurs points d'intersection sont équidistants de A et de B : ils sont donc sur la médiatrice.