

Division euclidienne

I - Concept

Théorème-Définition 1

À deux entiers positifs — le **dividende** et le **diviseur** — on associe de façon unique deux entiers, le **quotient** et le **reste**, tels que :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}$$

$$0 \leq \text{reste} < \text{diviseur}$$

Remarque

La seconde condition est celle qui rend le couple unique : sans elle, on pourrait prendre un quotient trop petit et un reste énorme.

Exemples

$$19 = 3 \times 6 + 1 \quad 255 = 16 \times 15 + 15$$

$$\begin{array}{r|l} 19 & 3 \\ - 18 & 6 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Fig. 1. — $19 = 3 \times 6 + 1$: le reste 1 est bien inférieur au diviseur 3.

$$\begin{array}{r|l} 255 & 16 \\ - 160 & 15 \\ \hline 95 & \\ - 80 & \\ \hline 15 & \end{array}$$

Fig. 2. — $255 = 16 \times 15 + 15$. Chaque couleur relie un chiffre du quotient à la soustraction qu'il a produite.

Méthode 1

On divise chiffre après chiffre, de gauche à droite. Ce chapitre se limite à des **diviseurs inférieurs à 100** :

1. chercher combien de fois le diviseur tient dans le début du dividende ;
2. écrire ce chiffre au quotient, et soustraire le produit correspondant ;
3. abaisser le chiffre suivant du dividende, et recommencer.

II - Les deux sens de la division

Pour mieux comprendre

La division euclidienne répond à deux questions différentes, selon ce que l'on cherche :

- **le nombre de parts** : combien de fois le diviseur tient-il dans le dividende ?
- **la valeur d'une part** : si on partage le dividende en un nombre de parts égal au diviseur, que vaut chaque part ?

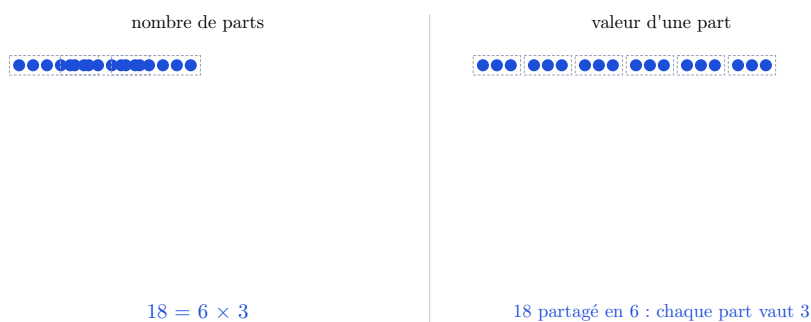


Fig. 3. – $18 \div 6$: à gauche, 6 tient 3 fois dans 18 ; à droite, 18 partagé en 6 parts donne des parts de 3.

Exemples

- **Nombre de parts.** On a 23 œufs, rangés par boîtes de 6. Combien de boîtes pleines peut-on remplir ? $23 = 6 \times 3 + 5$: 3 boîtes pleines.
- **Valeur d'une part.** On partage 23 bonbons entre 6 enfants, à parts égales. Combien chacun reçoit-il ? $23 = 6 \times 3 + 5$: chacun reçoit 3 bonbons, et il en reste 5.

III - Multiples et diviseurs

Définition 1

Dans une division euclidienne, si le reste est égal à 0, le dividende est un **multiple** du diviseur.

$$\begin{array}{r|l}
 15 & 5 \\
 - 15 & 3 \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

Fig. 4. – $15 = 5 \times 3 + 0$: le reste est nul.

Exemples

Puisque $15 = 5 \times 3$, quatre façons de dire la même chose :

- 15 est un **multiple** de 5 ;
- 15 est **divisible** par 5 ;
- 5 est un **diviseur** de 15 ;
- 15 est dans la **table** de 5.

Méthode 2 — Critères de divisibilité

Ces critères évitent de poser la division :

Divisible par	Critère	Exemples
2	le nombre est pair	50 48 217
3	la somme des chiffres est dans la table de 3	$51 \rightarrow 5 + 1 = 6$ $48 \rightarrow 4 + 8 = 12$ $217 \rightarrow 2 + 1 + 7 = 10$
5	le chiffre des unités est 0 ou 5	50 15 217
9	la somme des chiffres est dans la table de 9	$54 \rightarrow 5 + 4 = 9$ $81 \rightarrow 8 + 1 = 9$ $217 \rightarrow 2 + 1 + 7 = 10$
10	le chiffre des unités est 0	50 100 217