

SIXIÈME

Mathématiques

Sommaire

1. Nombres entiers et décimaux	3
2. Premiers objets de la géométrie plane	8
3. Fractions : sens, repérage et comparaison	14
4. Organisation et gestion de données	19
5. Addition, soustraction et multiplication des décimaux	21
6. Angles	25
7. Instructions, séquences et déplacements	30
8. Cercles, disques et équidistance	32
9. Division euclidienne	35
10. Triangles	38
11. Longueurs et périmètres	44
12. Division décimale et sens quotient d'une fraction	46
13. Symétrie axiale	50
14. Proportionnalité	53
15. Aires et conversions	55
16. Fractions, proportions et pourcentages	59
17. Vision dans l'espace et volumes	61
18. Durées et repérage dans le temps	64
19. Probabilités	66

Chapitre 1

Nombres entiers et décimaux

I - Chiffres et nombres

Définitions

- Un **chiffre** est un symbole parmi 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9.
- Un **nombre** sert à compter, mesurer ou comparer, et on peut l'écrire avec un ou plusieurs chiffres.

Pour mieux comprendre

- Le mot maison s'écrit avec 6 lettres : M-A-I-S-O-N.
- Le nombre 396 s'écrit avec 3 chiffres : 3-9-6.

a) Tableau de numération

Milliards			Millions			Milliers			Unités		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
								1	2	3	4
		1	5	0	0	0	3	6	0	0	0

Tableau 1. – Deux nombres placés rang par rang.

b) Chiffres de... / Nombres de...

Exemples

- 2 est le **chiffre des centaines** de 1 234.
- 3 est le **chiffre des dizaines de milliers** de 1 500 036 000.
- 123 est le **nombre des dizaines** de 1 234.
- 150 003 est le **nombre des dizaines de milliers** de 1 500 036 000.

Remarque

Le chiffre des dizaines est un symbole unique ; le nombre de dizaines compte toutes les dizaines du nombre, y compris celles cachées dans les centaines et les milliers.

II - Nombres décimaux

Définition 1

Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule — éventuellement aucun, comme un nombre entier.

a) Le tableau de numération décimale

Partie entière			,	Partie décimale					
CENTAINES	DIZAINES	UNITÉS		DIXIÈME	CENTIÈME	MILLIÈME	DIX-MILLIÈME	CENT-MILLIÈME	MILLIONNIÈME
1	2	3	,	4	5	6	7	8	9
	1	3	,	4	8	2			
		0	,	7	8	9	4		

Tableau 2. – 123,456 789, 13,482 et 0,789 4 placés rang par rang.

Exemples

Dans 13,482 :

- le **chiffre** des unités est 3 ;
- le **nombre** de dixièmes est 134.

Dans 0,789 4 :

- le **chiffre** des dix-millièmes est 4 ;
- le **nombre** de dix-millièmes est 7894.

Remarque

Le chiffre d'un rang occupe une seule case du tableau. Le nombre de ce rang se lit en prenant tout ce qui est à gauche, virgule comprise : il compte aussi les unités de rang supérieur.

b) Plusieurs écritures
Fractions décimalesDéfinition 2

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 1, 10, 100, 1000, etc.

Exemples

$$0,5 = \frac{5}{10} \quad 3,87 = \frac{387}{100} \quad 0,007 = \frac{7}{1000}$$

Décomposition

Exemples

$$\begin{aligned} 3,87 &= 3 + 0,8 + 0,07 \\ &= 3 + 8 \times 0,1 + 7 \times 0,01 \\ &= 3 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 54,123\,4 &= 54 + 0,1 + 0,02 + 0,003 + 0,000\,4 \\
 &= 54 + 1 \times 0,1 + 2 \times 0,01 + 3 \times 0,001 + 4 \times 0,000\,1 \\
 &= 54 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{4}{10000}
 \end{aligned}$$

Remarque

Il existe une troisième écriture, réservée aux nombres compris entre deux entiers : le **nombre mixte**, entier suivi d'une fraction < 1 . Elle est étudiée dans le chapitre sur les fractions.

c) Repérage sur une droite graduée**Exemple**

Pour placer 0,237, on zoome trois fois : d'abord entre 0 et 1, puis entre 0,2 et 0,3, puis entre 0,23 et 0,24.

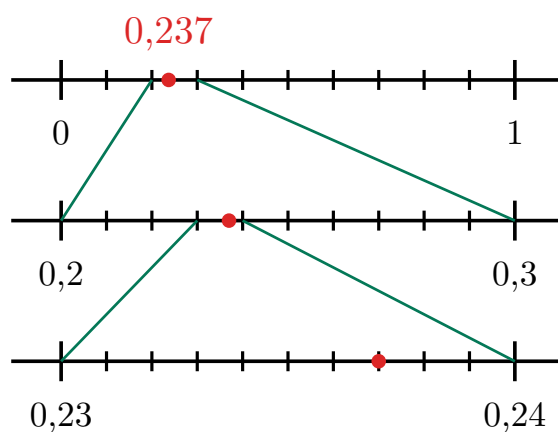


Fig. 1. – Chaque chiffre après la virgule choisit dans quel dixième de la droite précédente on continue de chercher.

d) Comparaison et ordre**Notation**

On note $a \leq b$ pour dire que a est plus petit **ou égal** à b , et $a \geq b$ pour dire que a est plus grand **ou égal** à b .

Méthode 1

Pour comparer deux nombres décimaux :

1. on compare d'abord leur **partie entière**, avant la virgule ;
2. puis, on compare chaque chiffre après la virgule, en commençant par les dixièmes, puis les centièmes, etc.

Exemples

$$1,23 < 1,24 \quad 3,3 > 3,07$$

Remarque

$3,3 > 3,07$ bien que 07 ait plus de chiffres que 3 : on compare rang par rang, jamais le nombre de chiffres. 3,3 vaut 3,30.

Méthode 2 — Ordonner une liste

Pour ranger une liste de nombres décimaux du plus petit au plus grand — ou l'inverse — on les compare deux à deux, rang par rang, comme ci-dessus.

Exemple

Ranger 2,5, 2,45 et 2,54 du plus petit au plus grand :

$$2,45 < 2,5 < 2,54$$

e) Encadrement et intercalation

Définition 3

Encadrer un nombre, c'est trouver deux autres nombres : un plus petit, et un plus grand.

Remarque

Dans certains cas, on veut que les deux nombres trouvés soient **consécutifs** au rang demandé.

Exemples

- Encadrer 3,2 à l'unité : $3 < 3,2 < 4$.
- Encadrer 5,126 au dixième : $5,1 < 5,126 < 5,2$.
- Encadrer 100,876 54 au dix-millième : $100,876\ 5 < 100,876\ 54 < 100,876\ 6$.

Définition 4

Intercaler un nombre entre deux autres, c'est trouver un nombre compris entre les deux.

Exemple

2,47 est intercalé entre 2,4 et 2,5 : $2,4 < 2,47 < 2,5$.

f) Valeur arrondie

Définition 5

Arrondir un nombre, c'est le simplifier en ne gardant qu'un certain nombre de chiffres après la virgule.

Méthode 3

1. Repérer le chiffre à la position où on veut arrondir (unité, dixième, centième, etc.).
2. Regarder le chiffre juste à droite de cette position :
 - s'il est 0, 1, 2, 3 ou 4, on **garde** le chiffre de la position choisie ;
 - s'il est 5, 6, 7, 8 ou 9, on **augmente de 1** le chiffre de la position choisie.

Exemples

- Arrondir 3,2 à l'unité : $3,2 \approx 3$.

- Arrondir 5,126 au centième : $5,126 \approx 5,13$.

Remarque

Un nombre qui n'est pas décimal — comme $\frac{1}{3}$ — possède aussi une valeur arrondie : on calcule d'abord une valeur approchée avec assez de chiffres après la virgule, puis on arrondit comme ci-dessus.

$$\frac{1}{3} \approx 0,333\,3 \approx 0,33 \quad (\text{arrondi au centième})$$

Chapitre 2

Premiers objets de la géométrie plane

I - Droite, demi-droite, segment

Définition 1

Une **droite** est un ensemble de points alignés. Elle se prolonge à l'infini des deux côtés.

Notation

Le nom d'une droite s'écrit entre parenthèses : (d) .

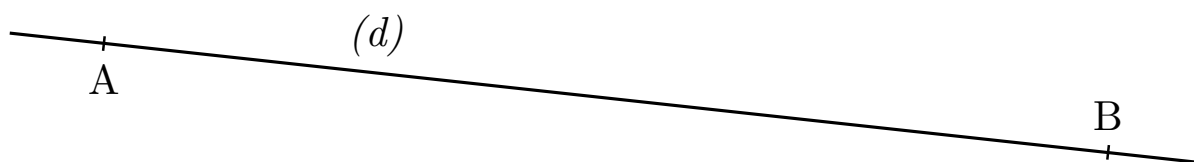


Fig. 2. – La droite (d) passe par A et B ; elle ne s'arrête ni en A , ni en B .

Définition 2

Une **demi-droite** est un morceau de droite délimité par un point : son **origine**.

Notation

Une demi-droite d'origine A et de direction x se note $[Ax)$. Une demi-droite d'origine B passant par O se note $[BO)$. Le crochet est du côté de l'origine, la parenthèse du côté qui se prolonge.

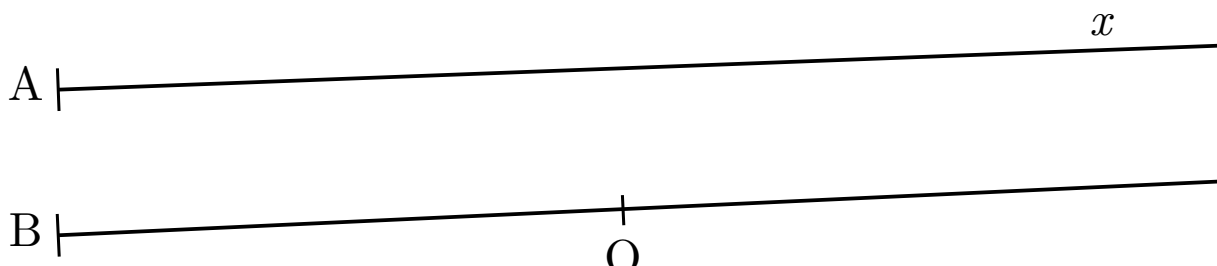


Fig. 3. – $[Ax)$ et $[BO)$: chacune s'arrête d'un côté seulement.

Définition 3

Un **segment** est une portion de droite délimitée par deux points : ses **extrémités**.

Notation

On note les deux extrémités du segment entre crochets : $[UV]$.

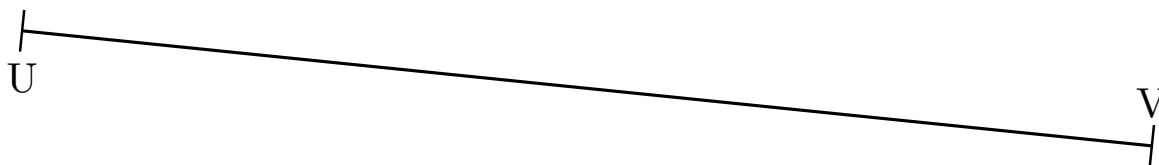


Fig. 4. – Le segment $[UV]$ s'arrête des deux côtés.

Notation — Récapitulatif des codages

- un carré dans un angle : ■ signale un **angle droit** ;
- un même nombre de petits traits sur deux segments : ils ont la **même longueur** ;
- un même nombre de petits arcs sur deux angles : ils ont la **même mesure**.

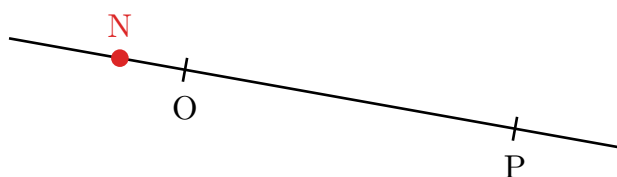
II - Alignement et appartenance

Définition 4

Trois points sont **alignés** s'il est possible de les placer sur une même droite.

Notation

Si le point M est sur la droite (AB) , on note $M \in (AB)$. Si le point A n'est pas sur le segment $[BC]$, on note $A \notin [BC]$.



$$\begin{aligned} N &\notin [OP] \\ N &\notin [OP) \\ N &\in (OP] \\ N &\in (OP) \end{aligned}$$

Fig. 5. – Le même point N peut appartenir à la droite sans appartenir au segment : tout dépend de l'objet dont on parle.

III - Relations entre deux droites

Définition 5

- Deux droites sont **parallèles** si elles n'ont aucun point d'intersection.
- Lorsque deux droites possèdent un point d'intersection, elles sont **sécantes** en ce point.

Notation

Si (d) et (d') sont parallèles, on note $(d) // (d')$.

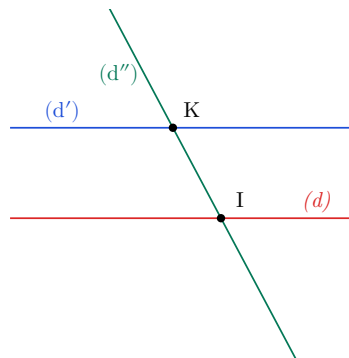


Fig. 6. – (d) et (d') sont parallèles ; (d'') les coupe en I et en K .

Définition 6

Si deux droites sont sécantes et qu'elles forment un **angle droit**, alors elles sont **perpendiculaires**.

Notation

Si (d) et (d') sont perpendiculaires, on note $(d) \perp (d')$.

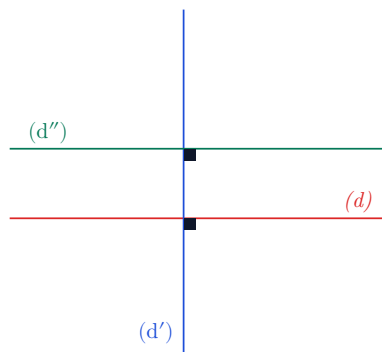


Fig. 7. – $(d) \perp (d')$ et $(d') \perp (d'')$: les deux droites perpendiculaires à (d') sont parallèles entre elles.

Propriété 1

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

IV - Distance et report de longueurs

Définition 7

La **distance entre deux points** est la longueur du plus court chemin entre eux.

Notation

La distance entre A et B se note AB , sans parenthèses ni crochets.

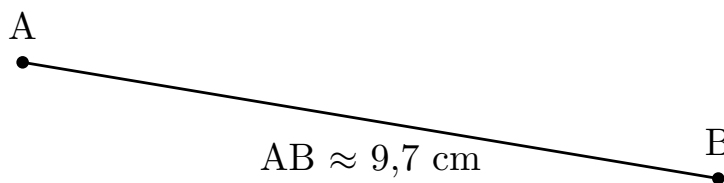


Fig. 8. – $AB \approx 9,7 \text{ cm}$: c'est la longueur du segment $[AB]$.

Méthode 1 — Reporter une longueur au compas

1. Écarter le compas de la longueur à reporter, pointe sur une extrémité.
2. Sans changer l'écartement, piquer le compas à l'endroit choisi et tracer un arc de cercle.
3. Le point cherché est sur cet arc, à la distance voulue du point piqué.

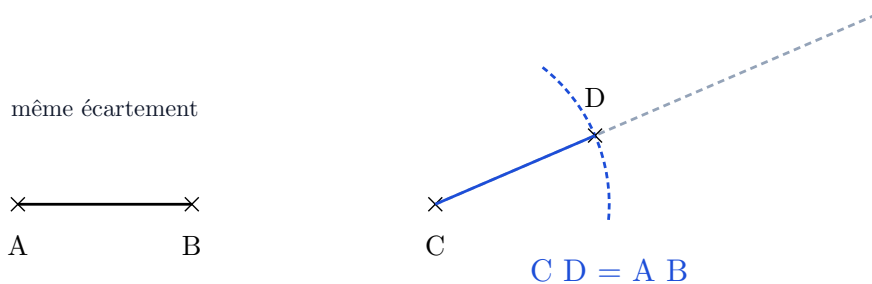


Fig. 9. – Le compas transporte la longueur AB sans avoir besoin de la mesurer.

V - Le milieu d'un segment

Définition 8

Le **milieu** d'un segment est le point qui partage ce segment en deux parties de même longueur.

Exemple

M est le milieu du segment $[UV]$: les deux petits traits indiquent que $UM = MV$.

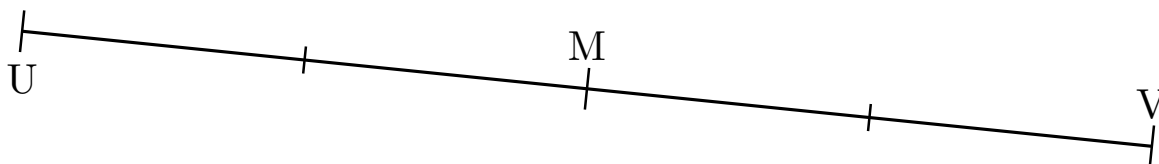


Fig. 10. – Le milieu M du segment $[UV]$.

VI - La médiatrice d'un segment

Définition 9

La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment qui passe par son milieu.

Consigne. Tracer (m) , la médiatrice du segment $[AB]$.

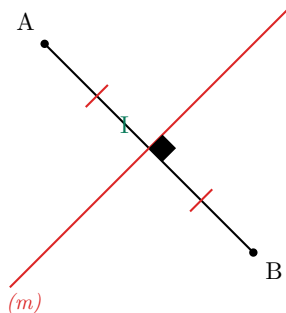


Fig. 11. – Le résultat attendu : (m) passe par le milieu I et coupe $[AB]$ à angle droit.

Protocole

1. Avec la règle, déterminer I , le milieu du segment $[AB]$.
2. Avec l'équerre, tracer la droite (m) perpendiculaire à $[AB]$ passant par I .

VII - Constructions à l'équerre

a) Construire une droite perpendiculaire à une autre

Consigne. Tracer une droite (d') perpendiculaire à (d) passant par A .

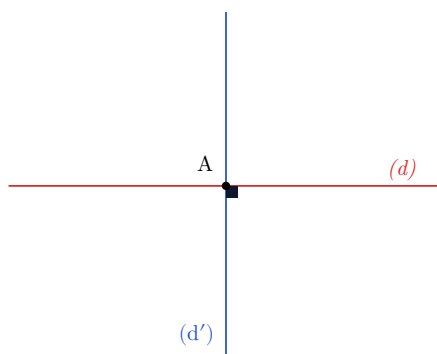


Fig. 12. – Le résultat attendu.

Protocole

1. Faire glisser l'équerre le long de (d) , jusqu'à l'aligner avec A .
2. Tracer la droite (d') le long de l'équerre.

b) Construire une droite parallèle à une autre

Consigne. Tracer une droite (d') parallèle à (d) passant par A .

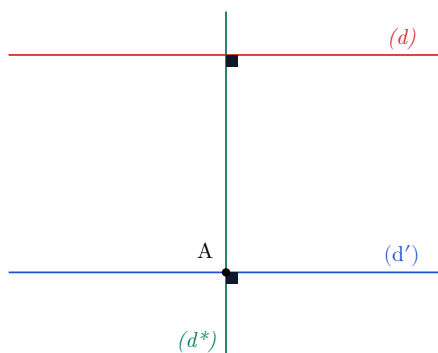


Fig. 13. – Le résultat attendu, obtenu en passant par la perpendiculaire (d^*) .

Protocole

1. Faire glisser l'équerre le long de (d) , jusqu'à l'aligner avec A .
2. Tracer la droite (d^*) le long de l'équerre.
3. Faire glisser l'équerre le long de (d^*) , jusqu'à l'aligner avec A .
4. Tracer la droite (d') le long de l'équerre.

Remarque

On construit une parallèle avec **deux** perpendiculaires : c'est exactement la propriété de la partie précédente, mise en pratique.

Chapitre 3

Fractions : sens, repérage et comparaison

I - Partage de l'unité

Définition 1

Une **fraction** est un nombre composé d'un **numérateur** et d'un **dénominateur** :

$$\frac{\text{numérateur}}{\text{dénominateur}}$$

Le dénominateur dit en combien de parts égales on partage l'unité ; le numérateur dit combien de ces parts on prend.

Exemple

Dans $\frac{2}{3}$, le numérateur est 2 et le dénominateur est 3.

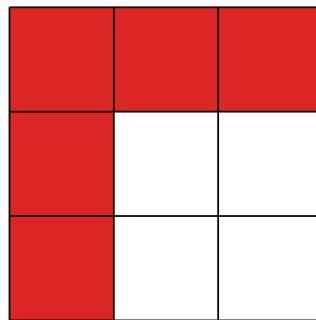


Fig. 14. – Le carré est partagé en 9 carreaux et 5 sont coloriés : la partie rouge vaut $\frac{5}{9}$ du carré.

II - Placer une fraction sur une droite graduée

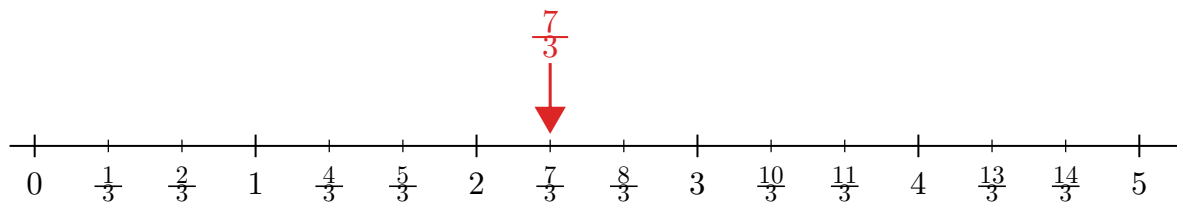


Fig. 15. – Chaque graduation vaut $\frac{1}{3}$ d'unité. La flèche pointe $\frac{7}{3}$, c'est-à-dire 7 tiers.

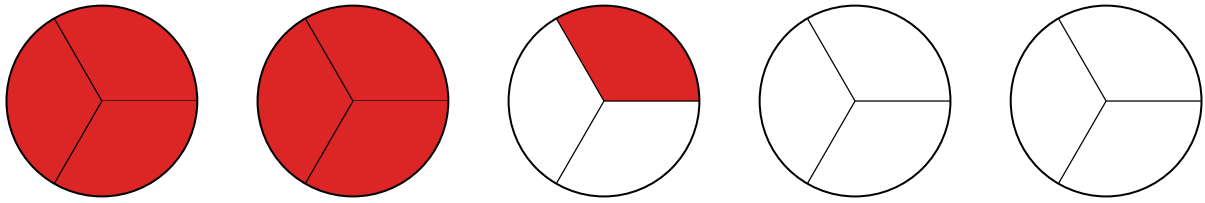


Fig. 16. – La même quantité, vue en parts de disque : $\frac{7}{3}$, c'est deux disques entiers et un tiers de plus.

Méthode 1 — Graduer un segment de longueur donnée

Pour graduer un segment $[AB]$ en cinquièmes :

1. partager $[AB]$ en 5 parts égales, au compas ou à la règle ;
2. chaque part vaut $\frac{1}{5}$; chaque point de partage porte le numérateur correspondant.

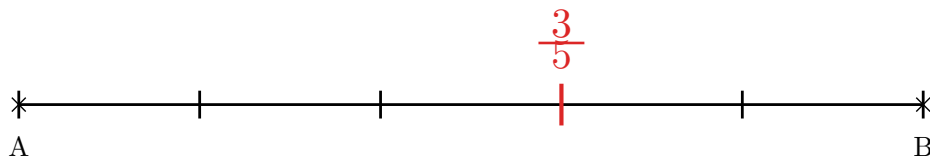


Fig. 17. – Le segment $[AB]$ partagé en cinquièmes : le point à 3 parts de A représente $\frac{3}{5}$.

III - Égalités de fractions

Propriété 1

Si on multiplie le numérateur et le dénominateur **par le même nombre**, alors on obtient une deuxième fraction **égale** à la première.

Exemples

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9} \quad \frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$$

En simplifiant, dans l'autre sens :

$$\frac{54}{63} = \frac{6 \times 9}{7 \times 9} = \frac{6 \times \cancel{9}}{7 \times \cancel{9}} = \frac{6}{7}$$

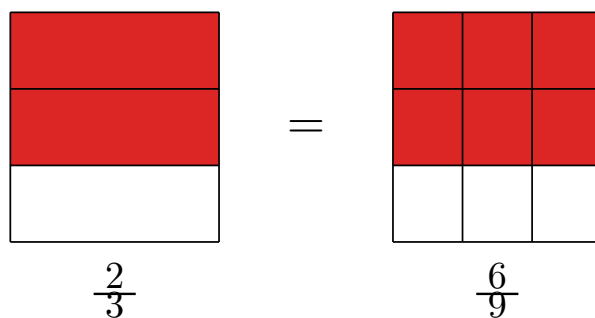


Fig. 18. – Le rectangle est coupé plus finement, mais l'aire rouge est la même : $\frac{2}{3}$ et $\frac{6}{9}$ désignent le même nombre.

Remarque

Le procédé marche dans les deux sens : en **divisant** numérateur et dénominateur par un même nombre, on **simplifie** la fraction.

IV - Comparer et encadrer des fractions

a) Comparer des fractions à 1

Propriété 2

- Une fraction est > 1 si numérateur $>$ dénominateur.
- Une fraction est < 1 si numérateur $<$ dénominateur.
- Une fraction est $= 1$ si numérateur $=$ dénominateur.

Exemples

$$\frac{3}{2} > 1 \text{ car } 3 > 2 \quad \frac{5}{7} < 1 \text{ car } 5 < 7 \quad \frac{4}{4} = 1$$

b) Comparer des fractions entre elles

Propriété 3

- Si deux fractions ont le **même dénominateur**, alors la fraction avec le plus **grand numérateur** est la plus grande.
- Si deux fractions ont le **même numérateur**, alors la fraction avec le plus **petit dénominateur** est la plus grande.

Exemples

$$\frac{4}{3} > \frac{2}{3}$$

car elles ont le même dénominateur et $4 > 2$;

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

car elles ont le même numérateur et $2 < 3$.

c) Encadrer une fraction

Méthode 2

Pour encadrer une fraction entre deux entiers consécutifs, on cherche les fractions de même dénominateur juste au-dessus et juste en dessous.

Exemple

Encadrer $\frac{10}{3}$ entre deux entiers consécutifs :

$$\frac{9}{3} < \frac{10}{3} < \frac{12}{3} \quad \text{donc} \quad 3 < \frac{10}{3} < 4$$

d) Ordonner une liste de fractions ou de nombres mixtes

Méthode 3

Pour ordonner une liste de fractions ou de nombres mixtes, on les compare deux à deux : à dénominateur commun entre fractions, ou en isolant la partie entière pour les nombres mixtes.

Exemple

Ranger $\frac{5}{4}$, $1\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$ du plus petit au plus grand. Comme $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$, il reste à comparer $\frac{3}{4}$ à $\frac{5}{4}$:

$$\frac{3}{4} < \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

V - Additionner et soustraire des fractions

Propriété 4

Pour additionner ou soustraire des fractions, il faut qu'elles aient le **même dénominateur**.

Méthode 4

On additionne ou on soustrait les numérateurs, et on **garde le même dénominateur**.

Exemples

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{1+4}{3} = \frac{5}{3} \quad \frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{2+7}{5} = \frac{9}{5} \quad \frac{8}{9} + \frac{5}{9} = \frac{8+5}{9} = \frac{13}{9}$$

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7-3}{5} = \frac{4}{5} \quad \frac{11}{4} - \frac{6}{4} = \frac{11-6}{4} = \frac{5}{4}$$

VI - Multiplier une fraction par un entier

Méthode 5

Pour multiplier une fraction par un nombre entier, on multiplie le numérateur par cet entier et on garde le même dénominateur.

Exemples

$$3 \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5} \quad 4 \times \frac{5}{7} = \frac{4 \times 5}{7} = \frac{20}{7}$$

Remarque

Multiplier $\frac{2}{5}$ par 3, c'est ajouter trois fois $\frac{2}{5}$:

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 3 \times \frac{2}{5}$$

VII - Nombres mixtes**Définition 2**

Un **nombre mixte** est composé :

- d'un nombre entier ;
- d'une fraction < 1 .

Exemples

$$2\frac{1}{3} \quad 3\frac{4}{5} \quad 5\frac{1}{9}$$

Méthode 6 — Convertir un nombre mixte en fraction

On remplace l'entier par une fraction de même dénominateur, puis on additionne.

$$2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$3\frac{4}{5} = 3 + \frac{4}{5} = \frac{15}{5} + \frac{4}{5} = \frac{19}{5}$$

$$5\frac{1}{9} = 5 + \frac{1}{9} = \frac{45}{9} + \frac{1}{9} = \frac{46}{9}$$

Méthode 7 — Convertir une fraction en nombre mixte

On isole le plus grand nombre entier d'unités contenu dans la fraction.

$$\frac{7}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$\frac{19}{5} = \frac{15}{5} + \frac{4}{5} = 3 + \frac{4}{5} = 3\frac{4}{5}$$

$$\frac{46}{9} = \frac{45}{9} + \frac{1}{9} = 5 + \frac{1}{9} = 5\frac{1}{9}$$

Chapitre 4

Organisation et gestion de données

I - Planifier une enquête

Vocabulaire

Avant de recueillir des données, une enquête se prépare en répondant à trois questions :

- la **question posée** : que cherche-t-on à savoir ?
- la **population** : sur qui, ou sur quoi, porte l'enquête ?
- le ou les **caractères étudiés** : quelle information relève-t-on pour chaque élément de la population ?

Exemple

Enquête « quel est l'animal de compagnie préféré de la classe ? » : la population est constituée des élèves de la classe, et le caractère étudié est le type d'animal préféré.

II - Recueillir des données et construire un tableau

Méthode 1

Une fois les données recueillies — par mesure, par comptage ou par questionnaire — on les organise dans un **tableau** : une colonne par caractère, une ligne par élément de la population.

Exemple

Élève	Animal préféré	Nombre d'animaux
Léa	Chat	1
Nils	Chien	2
Awa	Chat	0
Malo	Poisson	3

III - Filtrer un tableau

Méthode 2

Filtrer un tableau, c'est en extraire seulement les lignes qui vérifient un critère donné — pour répondre à une question précise sans parcourir tout le tableau.

Exemple

Dans le tableau ci-dessus, filtrer sur « Animal préféré = Chat » donne les lignes de Léa et d'Awa : deux élèves préfèrent le chat.

IV - Lire un diagramme en barres

Pour mieux comprendre

Un diagramme en barres associe à chaque catégorie une barre dont la **hauteur** est proportionnelle à sa valeur : plus une barre est haute, plus la valeur qu'elle représente est grande.

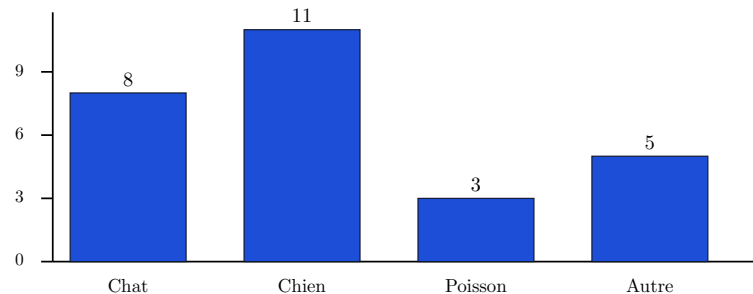


Fig. 19. – L'animal préféré des élèves d'une classe : 11 élèves préfèrent le chien.

Exemples

- La catégorie la plus fréquente est celle de la barre la plus haute : ici, « Chien ».
- Pour lire une valeur, on suit le sommet de la barre jusqu'à l'axe gradué.

V - Lire un diagramme circulaire

Pour mieux comprendre

Un diagramme circulaire partage un disque en secteurs : la taille de chaque secteur est proportionnelle à la part qu'il représente dans le total.

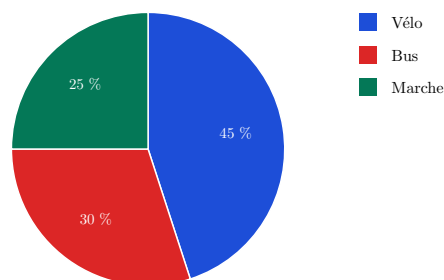


Fig. 20. – Le mode de transport pour venir au collège : 45% des élèves viennent à vélo.

Remarque

La somme des pourcentages d'un diagramme circulaire vaut toujours 100% : les secteurs se partagent le disque en entier.

Chapitre 5

Addition, soustraction et multiplication des décimaux

I - Vocabulaire des opérations

Vocabulaire

- On additionne des **termes** pour obtenir une **somme**.
- On soustrait des **termes** pour obtenir une **différence**.
- On multiplie des **facteurs** pour obtenir un **produit**.

Exemples

Calcul	Opération	Ce qu'on assemble	Ce qu'on obtient
$3 + 8 = 11$	addition	3 et 8 sont les termes	11 est la somme
$7 - 2 = 5$	soustraction	7 et 2 sont les termes	5 est la différence
$4 \times 6 = 24$	multiplication	4 et 6 sont les facteurs	24 est le produit

II - Priorité des opérations

Propriété 1

Dans un calcul contenant plusieurs opérations de natures différentes :

1. on effectue d'abord les calculs **entre parenthèses** ;
2. puis les **multiplications et divisions**, de gauche à droite ;
3. enfin les **additions et soustractions**, de gauche à droite.

Exemple

À chaque ligne, le calcul effectué est celui mis en évidence.

$$\begin{aligned}
 & 3 + 4 \times (2 + \mathbf{3 \times 7}) \\
 &= 3 + 4 \times (\mathbf{2 + 21}) \\
 &= 3 + \mathbf{4 \times 23} \\
 &= 3 + 92 \\
 &= \boxed{95}
 \end{aligned}$$

Propriété 2

Lorsqu'il n'y a **que des additions**, on peut additionner les nombres dans l'ordre que l'on veut.

Exemple

$$5 + 3 + 1 + 4 + 2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

Propriété 3

Lorsqu'il n'y a que des **multiplications**, on peut multiplier les nombres dans l'ordre que l'on veut.

Exemple

$$5 \times 3 \times 1 \times 4 \times 2 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$$

III - Additionner et soustraire des décimaux

Méthode 1 — Addition

On aligne les nombres **par rang** : unités sous unités, dizaines sous dizaines, et virgule sous virgule. Dès qu'une colonne dépasse 9, on écrit une **retenue** au-dessus de la colonne suivante.

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \\
 987 \\
 + 123 \\
 \hline
 1110
 \end{array}$$

Fig. 21. – $987 + 123 = 1110$: chacune des trois colonnes dépasse 9.

Méthode 2 — Soustraction

Quand un chiffre du haut est plus petit que celui du bas, on lui prête une dizaine — et on rend cette dizaine au rang suivant du nombre du bas.

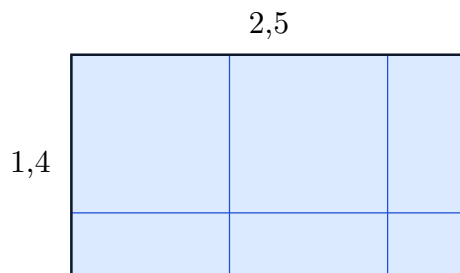
$$\begin{array}{r}
 {}^19\,{}^10\,1 \\
 - {}_1{}_1789 \\
 \hline
 112
 \end{array}$$

Fig. 22. – $901 - 789 = 112$: les petits 1 rouges suivent les dizaines prêtées.

IV - Sens de la multiplication de deux décimaux

Pour mieux comprendre

Multiplier deux décimaux, c'est calculer une **aire** : $2,5 \times 1,4$ est l'aire, en unités carrées, d'un rectangle de côtés 2,5 et 1,4.



$$\text{aire} = 2,5 \times 1,4 = 3,5$$

Fig. 23. – L'aire du grand rectangle se lit comme le produit de ses deux côtés : $2,5 \times 1,4 = 3,5$.

Remarque

On retrouve ce sens dans les conversions d'unités : convertir des mètres en centimètres, c'est multiplier par 100.

V - Poser une multiplication

Méthode 3

On multiplie **comme si les virgules n'existaient pas**, en décalant chaque ligne d'un rang vers la gauche. On ne replace la virgule qu'à la fin.

$$\begin{array}{r}
 3,72 \\
 \times 89,1 \\
 \hline
 372 \\
 + 33480 \\
 + 297600 \\
 \hline
 331,452
 \end{array}$$

3 décimales dans les facteurs,
3 décimales dans le produit.

Fig. 24. – $3,72 \times 89,1 = 331,452$.

Propriété 4

Il y a autant de chiffres après la virgule dans le **produit** que dans les **facteurs** réunis.

VI - Multiplier et diviser par 10, 100, 1000, etc.

Méthode 4

- Multiplier par 10, 100, 1000, etc. revient à déplacer la virgule vers la **droite**.
- Diviser par 10, 100, 1000, etc. revient à déplacer la virgule vers la **gauche**.

Exemples

Multiplier	Diviser	ce qui revient à multiplier par
$3,14 \times 10 = 31,4$	$3,14 \div 10 = 0,314$	0,1
$3,14 \times 100 = 314$	$3,14 \div 100 = 0,0314$	0,01
$3,14 \times 1000 = 3\,140$	$3,14 \div 1000 = 0,00314$	0,001

VII - Multiplier par 0,1, 0,01 et 0,001Méthode 5

- Multiplier par 0,1 revient à **diviser par 10**.
- Multiplier par 0,01 revient à **diviser par 100**.
- Multiplier par 0,001 revient à **diviser par 1000**.

Remarque

Diviser, c'est multiplier par l'inverse : diviser par 10 revient à multiplier par 0,1, diviser par 100 à multiplier par 0,01, etc.

Exemples

$$52 \times 0,1 = 52 \div 10 = 5,2 \quad 52 \times 0,01 = 52 \div 100 = 0,52$$

VIII - Contrôler un résultatMéthode 6 — Ordre de grandeur

Pour contrôler un résultat sans le recalculer, on remplace chaque nombre par un nombre proche et facile à multiplier de tête, et on compare.

Exemple

$$19,8 \times 5,1 \approx 20 \times 5 = 100$$

Un résultat comme 101,98 est donc crédible ; un résultat comme 1019,8 révèle une erreur de virgule.

Chapitre 6

Angles

I - Vocabulaire

Définition 1

Un **angle** est une portion de plan délimitée par deux demi-droites ayant la même origine. Il est composé de trois éléments :

- son **sommet** : l'origine des deux demi-droites ;
- ses deux **côtés** : les deux demi-droites.

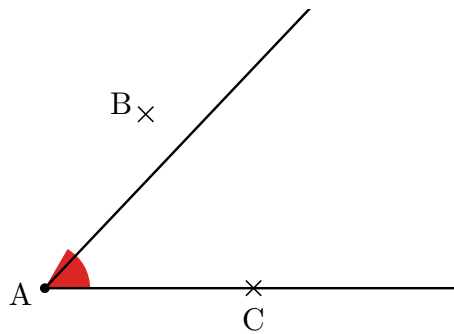


Fig. 25. – L'angle de sommet A et de côtés $[AB)$ et $[AC)$.

- L'angle se nomme $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$.
- Le sommet de l'angle est A .
- Les côtés de l'angle sont $[AB)$ et $[AC)$.

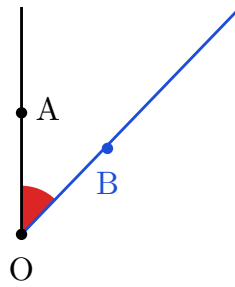
Notation

Un angle se nomme avec trois lettres, le sommet étant la **lettre du milieu**.

II - Mesure d'un angle

Définition 2

La **mesure** d'un angle quantifie l'écartement entre ses deux côtés. Elle s'exprime en **degrés**, notés $^\circ$.



$$AOB = 45^\circ$$

angle aigu

Fig. 26. – Le côté $[OA)$ reste fixe : c'est l'écartement de $[OB)$ qui donne la mesure.

Vocabulaire

La **nature** d'un angle ne dépend que de sa mesure :

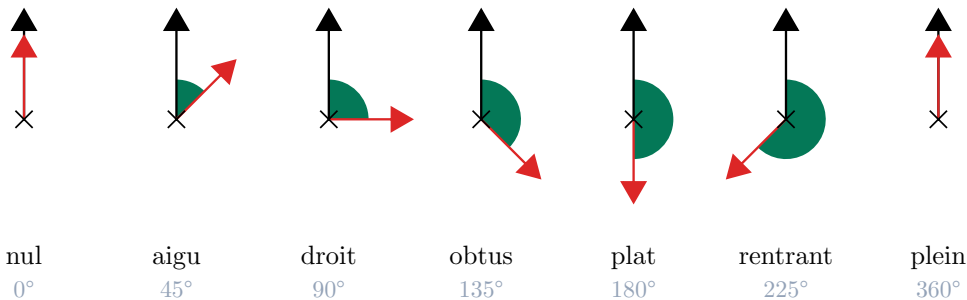


Fig. 27. – Du plus fermé au plus ouvert : nul, aigu, droit, obtus, plat, rentrant, plein.

Remarque

Un angle **rentrant** mesure plus de 180° . On le note avec un chapeau renversé : $\widehat{AOB}$.

III - Utiliser le rapporteur

a) Tracer un angle de mesure donnée

Exemple. Tracer $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

Protocole

1. Tracer un côté de l'angle, $[BC)$.
2. Placer le rapporteur de sorte que :
 - son repère soit sur le sommet de l'angle, B ;
 - son 0 soit aligné avec le côté $[BC)$.
3. Sur le rapporteur, en partant du 0 aligné, repérer la mesure 30° .
4. Tracer le deuxième côté de l'angle, $[BA)$.

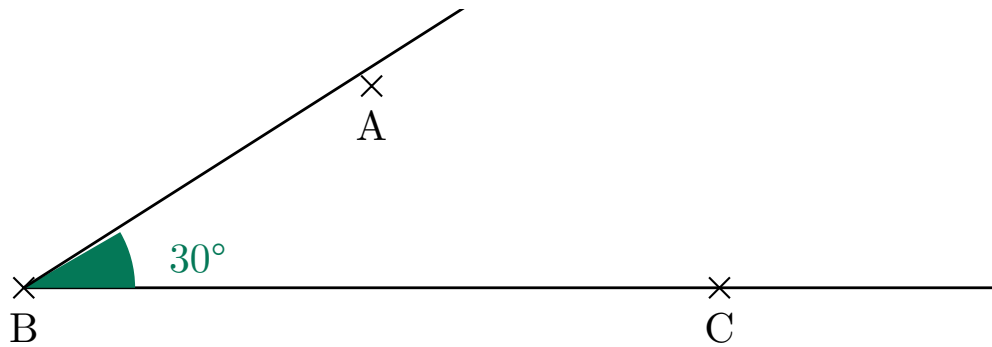


Fig. 28. – Les trois temps du tracé : le premier côté, la mesure reportée, le second côté.

b) Mesurer un angle



Fig. 29. – L'angle $\widehat{DEF}$, dont on cherche la mesure.

Protocole

1. Placer le rapporteur de sorte que :

- son repère soit sur le sommet de l'angle, E ;
- son 0 soit aligné avec un des côtés, $[EF)$.

2. Lire la mesure sur le rapporteur, en partant du 0 aligné, à l'endroit où passe le deuxième côté $[ED)$.

Exemple

Ici, l'angle mesure 45° .

IV - Paires d'angles

a) Opposés par le sommet

Définition 3

Lorsque deux droites sont sécantes en un point, elles forment quatre angles. Deux angles « face à face » sont appelés **opposés par le sommet**.

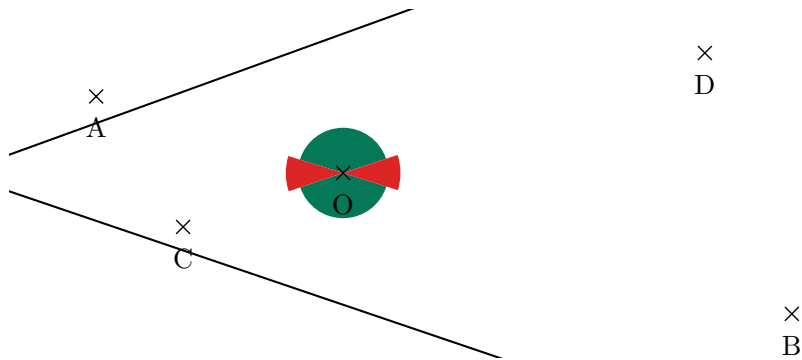


Fig. 30. – Les deux droites (AB) et (CD) se coupent en O .

- $\widehat{AOD}$ et $\widehat{BOC}$ sont opposés par le sommet O .
- $\widehat{AOC}$ et $\widehat{BOD}$ sont opposés par le sommet O .

Propriété 1

Deux angles opposés par le sommet ont la **même mesure**.

b) Angles adjacents

Définition 4

Deux angles sont **adjacents** si :

- ils ont le même sommet ;
- ils ont un côté en commun ;
- ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

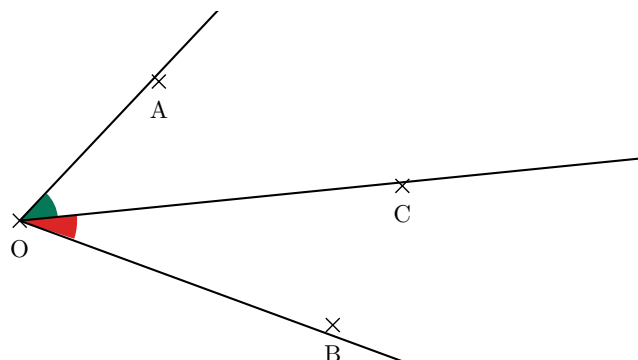


Fig. 31. – $\widehat{AOC}$ et $\widehat{COB}$ se partagent le côté $[OC)$.

$\widehat{AOC}$ et $\widehat{COB}$ sont adjacents car :

- ils ont le même sommet : O ;
- ils ont un côté en commun : $[OC)$.

Remarque

Deux angles adjacents s'additionnent :

$$\widehat{AOB} = \widehat{AOC} + \widehat{COB}.$$

c) Angles complémentaires et supplémentaires

Définitions

- Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures vaut 90° .
- Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures vaut 180° .

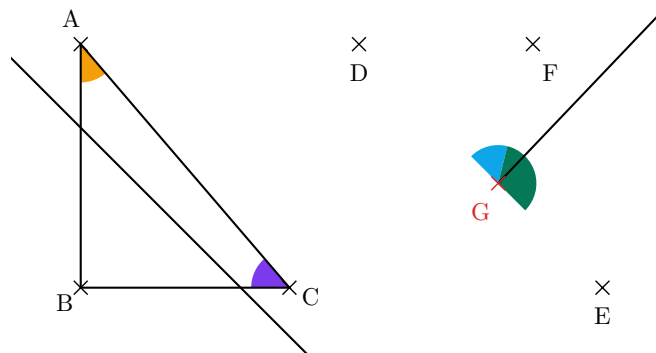


Fig. 32. – À gauche, deux angles complémentaires ; à droite, deux angles supplémentaires.

- $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$ sont complémentaires.
- $\widehat{DGF}$ et $\widehat{FGE}$ sont supplémentaires — et de plus adjacents.

Remarque

Deux angles peuvent être supplémentaires sans être adjacents : seule la somme de leurs mesures compte.

V - Bissectrice d'un angle saillant

Définition 5

La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

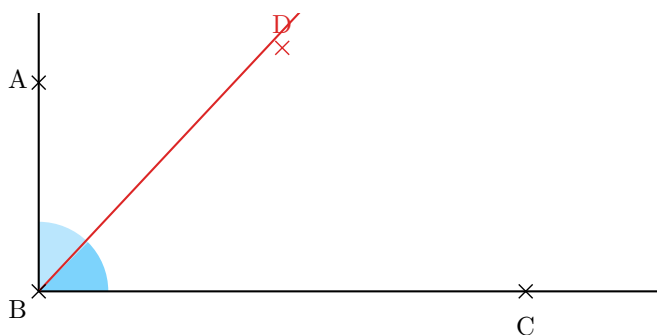


Fig. 33. – $[BD)$ partage $\widehat{ABC}$ en deux angles égaux.

$[BD)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$: elle le coupe en deux angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{DBC}$ de 45° chacun.

Chapitre 7

Instructions, séquences et déplacements

I - Instructions et séquences

Définition 1

Une **instruction** est un ordre simple, compris sans ambiguïté, qui déclenche une action.

Définition 2

Une **séquence d'instructions** est une liste d'instructions, exécutées **dans l'ordre**, les unes après les autres.

Exemple

« Avancer de 3 cases », « tourner à gauche » sont des instructions. L'une après l'autre, elles forment une séquence.

II - Entrées, sorties, exécution pas à pas

Vocabulaire

- Les **entrées** d'une séquence sont les informations dont elle a besoin pour s'exécuter (une longueur, un nombre de répétitions...).
- La **sortie** est le résultat obtenu une fois la séquence entièrement exécutée.

Méthode 1 — Exécuter pas à pas

Pour vérifier une séquence, on l'exécute une instruction à la fois, en notant à chaque étape l'état obtenu — la position, la direction — avant de passer à l'instruction suivante.

III - Construire un chemin

Exemple

Séquence : « avancer de 3, tourner, avancer de 2, tourner, avancer de 1 ». En partant d'un point et d'une direction fixés, chaque instruction déplace le point d'une case, ou fait pivoter la direction d'un quart de tour.

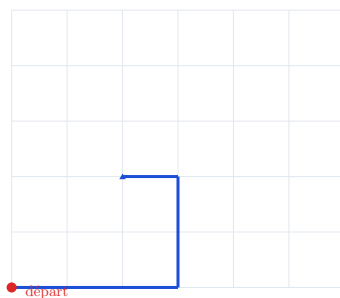


Fig. 34. – Le chemin obtenu en exécutant la séquence pas à pas, sur un quadrillage.

Protocole — Répéter une séquence à la main

1. Repérer la partie de la séquence qui se répète.
2. Exécuter cette partie autant de fois que demandé, en gardant à chaque répétition la position et la direction atteintes à la fin de la précédente.

Remarque

Programmer la construction d'un chemin, c'est décrire à l'avance — entièrement, sans intervenir en cours de route — la suite des instructions qui y mènent.

Chapitre 8

Cercles, disques et équidistance

I - Autour du cercle

Définitions

Soit un point O et une distance r .

- L'ensemble des points situés à une distance **égale à r** du point O est appelé **cercle** de centre O et de rayon r .
- L'ensemble des points situés à une distance **inférieure ou égale à r** du point O est appelé **disque** de centre O et de rayon r .

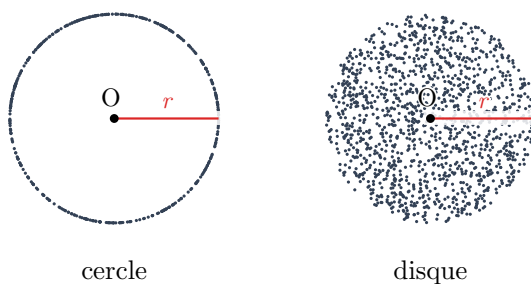


Fig. 35. – Le cercle est un trait ; le disque est une surface. Seule la condition sur la distance change.

Définition 1

Le **diamètre** d'un cercle est un segment reliant deux points du cercle et passant par le centre.

Propriété 1

Le diamètre d'un cercle mesure le **double** de son rayon.

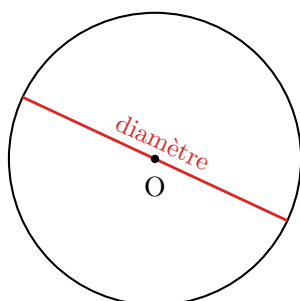


Fig. 36. – Le diamètre garde la même longueur quelle que soit son orientation.

Formules

$$\text{diamètre} = 2 \times \text{rayon} \quad \text{rayon} = \text{diamètre} \div 2$$

Définition 2

Une **corde** est un segment reliant deux points du cercle.

Définition 3

Un **arc de cercle** est une portion de cercle délimitée par deux points du cercle.

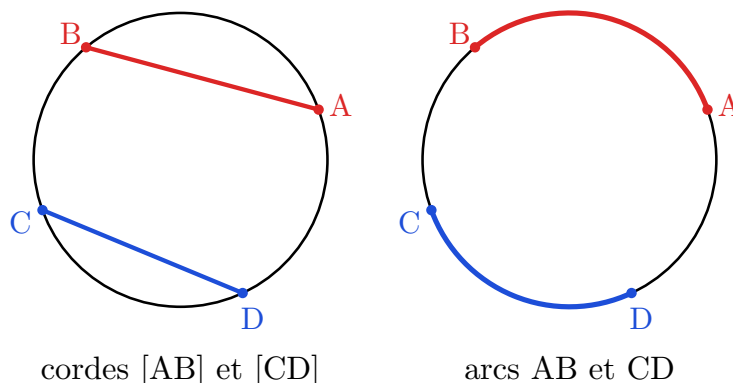


Fig. 37. – Les mêmes points A, B, C, D définissent des cordes (à gauche) et des arcs (à droite).

A, B, C et D appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$:

- $[AB]$ et $[CD]$ sont des **cordes** de $(\mathcal{C})$;
- les arcs AB et CD sont des **arcs** de $(\mathcal{C})$.

Remarque

Le diamètre est une corde particulière : c'est la plus longue de toutes.

II - Problèmes de distance à un point

Pour mieux comprendre

Un cercle de centre O et de rayon r est exactement l'ensemble des points situés à la distance r de O : il permet de **construire** tous les points qui vérifient une condition de distance, sans avoir à les chercher un par un.

Exemple

Trouver les points situés à 3 cm de A et à 4 cm de B , c'est chercher les points d'intersection du cercle de centre A et de rayon 3 cm avec le cercle de centre B et de rayon 4 cm.

III - Médiatrice et équidistance

Propriété 2

Un point appartient à la médiatrice d'un segment **si et seulement si** il est équidistant des extrémités de ce segment — c'est-à-dire à la même distance de chacune.

- Si M est sur la médiatrice de $[AB]$, alors $AM = BM$.
- Réciproquement, si $AM = BM$, alors M est sur la médiatrice de $[AB]$.

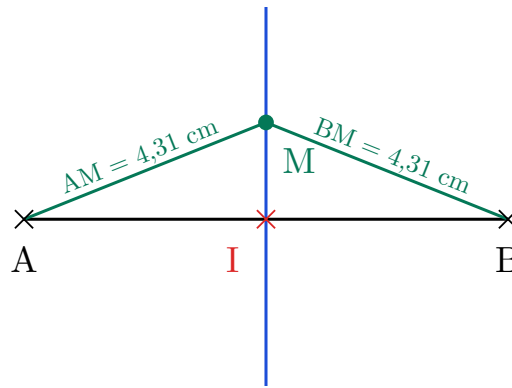


Fig. 38. – Où que soit M sur la médiatrice, $AM = BM$.

Remarque

C'est la réciproque qui rend la construction au compas possible : deux arcs de même rayon centrés en A et en B se coupent en des points équidistants de A et de B , donc situés sur la médiatrice.

a) Construction d'une médiatrice au compas

Protocole

1. Avec le compas, tracer un grand arc de cercle de centre A — d'un rayon supérieur à la moitié de AB .
2. Avec le compas, tracer un arc de cercle de centre B , **du même rayon**.
3. Relier les deux points d'intersection.

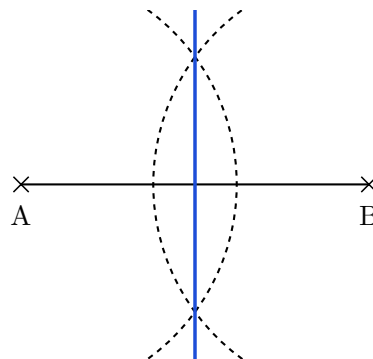


Fig. 39. – Les deux arcs ayant le même rayon, leurs points d'intersection sont équidistants de A et de B : ils sont donc sur la médiatrice.

Chapitre 9

Division euclidienne

I - Concept

Théorème-Définition 1

À deux entiers positifs — le **dividende** et le **diviseur** — on associe de façon unique deux entiers, le **quotient** et le **reste**, tels que :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}$$

$$0 \leq \text{reste} < \text{diviseur}$$

Remarque

La seconde condition est celle qui rend le couple unique : sans elle, on pourrait prendre un quotient trop petit et un reste énorme.

Exemples

$$19 = 3 \times 6 + 1 \quad 255 = 16 \times 15 + 15$$

$$\begin{array}{r|l} 19 & 3 \\ - 18 & 6 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Fig. 40. — $19 = 3 \times 6 + 1$: le reste 1 est bien inférieur au diviseur 3.

$$\begin{array}{r|l} 255 & 16 \\ - 160 & 15 \\ \hline 95 & \\ - 80 & \\ \hline 15 & \end{array}$$

Fig. 41. — $255 = 16 \times 15 + 15$. Chaque couleur relie un chiffre du quotient à la soustraction qu'il a produite.

Méthode 1

On divise chiffre après chiffre, de gauche à droite. Ce chapitre se limite à des **diviseurs inférieurs à 100** :

1. chercher combien de fois le diviseur tient dans le début du dividende ;
2. écrire ce chiffre au quotient, et soustraire le produit correspondant ;
3. abaisser le chiffre suivant du dividende, et recommencer.

II - Les deux sens de la division

Pour mieux comprendre

La division euclidienne répond à deux questions différentes, selon ce que l'on cherche :

- **le nombre de parts** : combien de fois le diviseur tient-il dans le dividende ?
- **la valeur d'une part** : si on partage le dividende en un nombre de parts égal au diviseur, que vaut chaque part ?

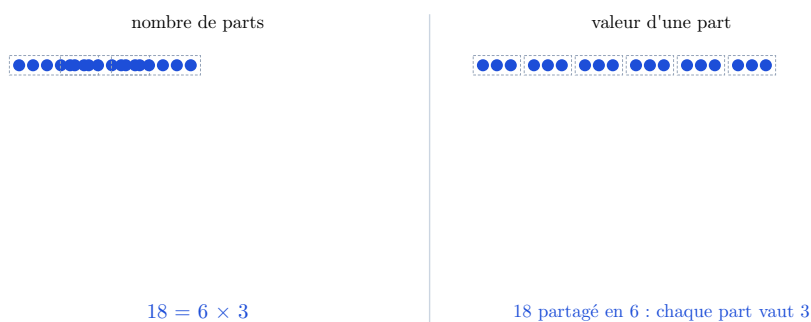


Fig. 42. – $18 \div 6$: à gauche, 6 tient 3 fois dans 18 ; à droite, 18 partagé en 6 parts donne des parts de 3.

Exemples

- **Nombre de parts.** On a 23 œufs, rangés par boîtes de 6. Combien de boîtes pleines peut-on remplir ? $23 = 6 \times 3 + 5$: 3 boîtes pleines.
- **Valeur d'une part.** On partage 23 bonbons entre 6 enfants, à parts égales. Combien chacun reçoit-il ? $23 = 6 \times 3 + 5$: chacun reçoit 3 bonbons, et il en reste 5.

III - Multiples et diviseurs

Définition 1

Dans une division euclidienne, si le reste est égal à 0, le dividende est un **multiple** du diviseur.

$$\begin{array}{r|l}
 15 & 5 \\
 - 15 & 3 \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

Fig. 43. – $15 = 5 \times 3 + 0$: le reste est nul.

Exemples

Puisque $15 = 5 \times 3$, quatre façons de dire la même chose :

- 15 est un **multiple** de 5 ;
- 15 est **divisible** par 5 ;
- 5 est un **diviseur** de 15 ;
- 15 est dans la **table** de 5.

Méthode 2 — Critères de divisibilité

Ces critères évitent de poser la division :

Divisible par	Critère	Exemples
2	le nombre est pair	50 48 217
3	la somme des chiffres est dans la table de 3	$51 \rightarrow 5 + 1 = 6$ $48 \rightarrow 4 + 8 = 12$ $217 \rightarrow 2 + 1 + 7 = 10$
5	le chiffre des unités est 0 ou 5	50 15 217
9	la somme des chiffres est dans la table de 9	$54 \rightarrow 5 + 4 = 9$ $81 \rightarrow 8 + 1 = 9$ $217 \rightarrow 2 + 1 + 7 = 10$
10	le chiffre des unités est 0	50 100 217

Chapitre 10

Triangles

Définition 1

Un **triangle** est une figure ayant 3 côtés et 3 angles.

I - Inégalité triangulaire

Illustration

Pour aller de A à B , le chemin direct est toujours le plus court : passer par C ne peut pas faire gagner de distance.

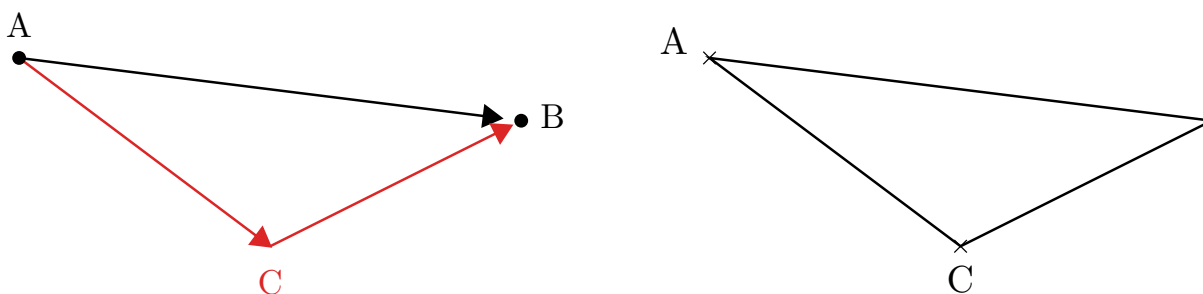


Fig. 44. – Le chemin noir est plus court que le rouge : $AB \leq AC + CB$.

Protocole — Activité au compas

1. Tracer un segment $[IJ]$ de 7 cm.
2. Essayer de construire un troisième sommet K tel que $IK = 5$ cm et $JK = 3$ cm, avec deux arcs de compas.
3. Recommencer avec $JK = 1$ cm : que se passe-t-il ?

Propriété 1

Un triangle ne peut être construit que si sa **plus grande longueur** est inférieure ou égale à la somme des deux autres.

Exemples

- Le triangle IJK avec $IJ = 7$ cm, $IK = 5$ cm et $JK = 3$ cm peut être construit, car $7 \leq 5 + 3$.
- Le triangle MNP avec $MN = 8$ cm, $MP = 6$ cm et $NP = 1$ cm ne peut pas être construit, car $8 > 6 + 1$.

II - Construire un triangle avec 3 longueurs

Protocole

1. Avec la règle, tracer le côté le plus long du triangle.
2. Avec le compas, tracer un arc de cercle de rayon égal à la longueur du deuxième côté.
3. Avec le compas, tracer un arc de cercle de rayon égal à la longueur du troisième côté.
4. Relier le point d'intersection des deux arcs aux deux extrémités du premier segment.

Exemple

Tracer ABC tel que $AB = 4$ cm, $AC = 2,4$ cm et $BC = 3,2$ cm.

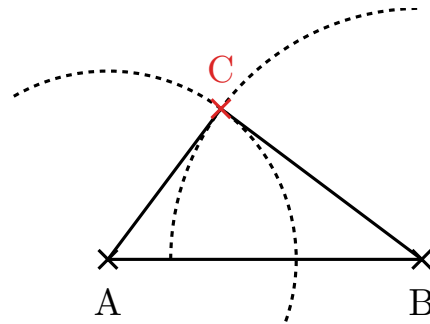


Fig. 45. – Le sommet C n'est pas choisi : il est imposé par le croisement des deux arcs.

1. Tracer $[AB]$ de longueur 4 cm.
2. Puisque $AC = 2,4$ cm, tracer un arc de cercle de centre A et de rayon 2,4 cm.
3. Puisque $BC = 3,2$ cm, tracer un arc de cercle de centre B et de rayon 3,2 cm.
4. Relier le point d'intersection à A et à B .

III - Construire un triangle avec 2 longueurs et 1 angle

Protocole

1. Avec la règle, tracer le côté le plus long du triangle.
2. Avec le rapporteur et la règle, tracer une demi-droite pour former l'angle donné.
3. Placer le troisième sommet sur cette demi-droite, à la deuxième longueur donnée.

Exemple

Tracer DEF tel que $DE = 4,8$ cm, $EF = 4,2$ cm et $\widehat{DEF} = 45^\circ$.

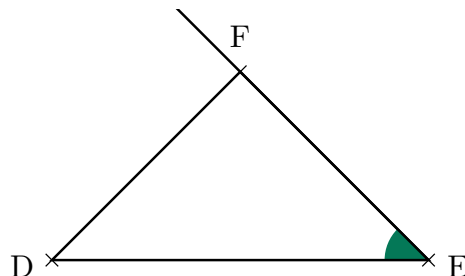


Fig. 46. – L'angle donne la direction ; la longueur donne le point.

IV - Construire un triangle avec 1 longueur et 2 angles

Protocole

1. Avec la règle, tracer la longueur donnée.
2. Avec le rapporteur et la règle, tracer une demi-droite formant le premier angle.
3. Avec le rapporteur et la règle, tracer une demi-droite formant le second angle. Le troisième sommet est leur point d'intersection.

Exemple

Tracer GHI tel que $GH = 4$ cm, $\widehat{GHI} = 60^\circ$ et $\widehat{HGI} = 30^\circ$.

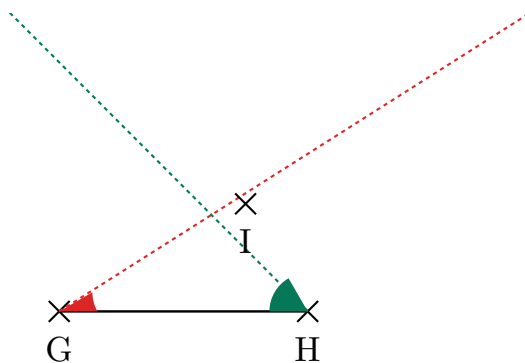


Fig. 47. – Les deux demi-droites se coupent en un seul point : le triangle est déterminé.

V - Les différents types de triangles

a) Triangle rectangle

Définition 2

Un **triangle rectangle** possède un angle droit.

Propriété 2

Ses deux angles aigus sont **complémentaires** : leur somme vaut 90° .

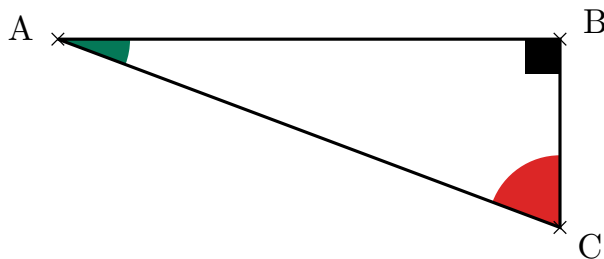


Fig. 48. – Le triangle ABC , rectangle en B .

Le triangle est **rectangle en B** , car l'angle droit est au sommet B . De plus, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CAB}$ sont complémentaires.

b) Triangle isocèle

Définition 3

Un **triangle isocèle** possède deux côtés de même longueur. Le troisième côté est appelé la **base** du triangle.

Propriété 3

Les deux angles **adjacents à la base** sont égaux.

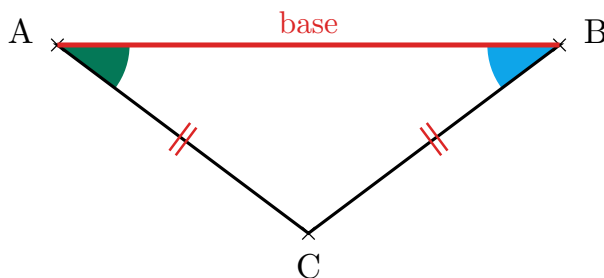


Fig. 49. – Le triangle ABC , isocèle en C : $[AB]$ est sa base.

Le triangle est **isocèle en C** , car les côtés $[CA]$ et $[CB]$ ont la même longueur. De plus, les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$ sont égaux.

c) Triangle équilatéral

Définition 4

Un **triangle équilatéral** possède 3 côtés de même longueur.

Propriété 4

Ses 3 angles sont égaux et mesurent chacun 60° .

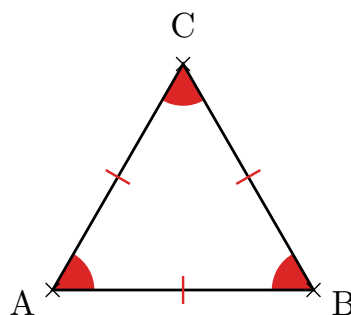


Fig. 50. – Trois côtés égaux, trois angles de 60° .

$$AB = AC = BC \quad \widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{CAB} = 60^\circ$$

VI - Somme des mesures des angles

Propriété 5

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

Exemple d'exercice.

1. Tracer le triangle IKJ tel que $\widehat{IJK} = 90^\circ$, $\widehat{IKJ} = 45^\circ$ et $JK = 4$ cm.
2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{JIK}$?
3. Quelle est la nature du triangle IKJ ?

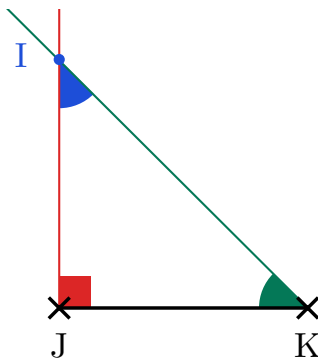


Fig. 51. – La construction demandée en question 1.

Exemple — Correction

Question 2. D'après la propriété :

$$\widehat{IJK} + \widehat{IKJ} + \widehat{JIK} = 180^\circ$$

On remplace par les valeurs connues :

$$90^\circ + 45^\circ + \widehat{JIK} = 180^\circ$$

$$135^\circ + \widehat{JIK} = 180^\circ$$

Pour résoudre cette addition à trou, on fait une soustraction :

$$\widehat{JIK} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Question 3. Ce triangle possède un angle droit et deux angles de 45° : IKJ est donc un triangle **rectangle et isocèle**.

VII - Médiatrices d'un triangle et cercle circonscrit**Propriété 6**

Les 3 médiatrices d'un triangle sont **concurrentes** : elles se coupent en un même point, centre du **cercle circonscrit** au triangle.

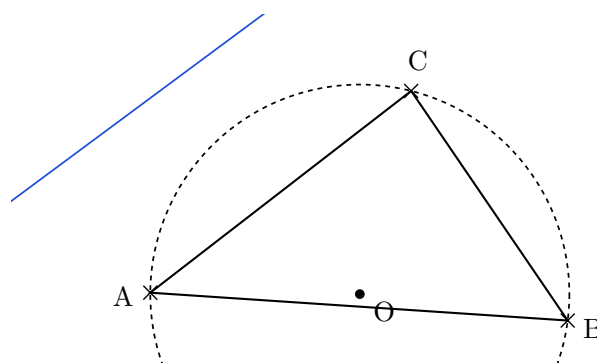


Fig. 52. – Le point O est équidistant des trois sommets : le cercle de centre O passe donc par A , B et C .

Démonstration

O est sur la médiatrice de $[AB]$, donc $OA = OB$. Il est aussi sur celle de $[BC]$, donc $OB = OC$. Par conséquent $OA = OB = OC$: le point O est à la même distance des trois sommets, et le cercle de centre O et de rayon OA passe par les trois.

Chapitre 11

Longueurs et périmètres

I - Unités de longueur

Vocabulaire

Les préfixes du kilomètre au millimètre s'enchaînent par 10 :

km hm dam m dm cm mm

Méthode 1

Pour convertir une longueur, on utilise un tableau de conversion : une colonne par unité, un chiffre par colonne — exactement comme pour les nombres décimaux.

Exemples

3 km = 3000 m 45 cm = 0,45 m 8 mm = 0,8 cm

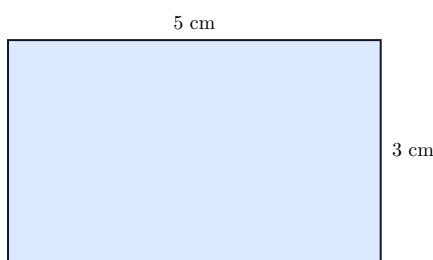
II - Périmètre d'un carré et d'un rectangle

Définition 1

Le **périmètre** d'une figure est la longueur totale de son contour.

Formules

périmètre du carré = $4 \times \text{côté}$ périmètre du rectangle = $2 \times (\text{largeur} + \text{hauteur})$



$$\text{périmètre} = 2 \times (5 + 3) = 16 \text{ cm}$$

Fig. 53. — Le périmètre se calcule à partir des deux dimensions du rectangle.

III - Le périmètre du disque

Pour mieux comprendre

Le périmètre d'un disque est **proportionnel** à son diamètre : le multiplier par 2 multiplie le périmètre par 2, et ainsi de suite. Le coefficient de cette proportionnalité est un nombre non décimal, noté π (« pi »), dont une valeur approchée est $\pi \approx 3,14$.

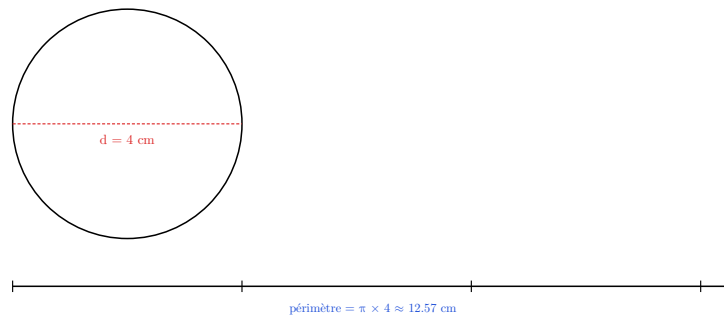


Fig. 54. – Le cercle « déroulé » : sa longueur vaut toujours π fois son diamètre, quel que soit le rayon choisi.

Formule

$$\text{périmètre du disque} = \pi \times \text{diamètre} = 2 \times \pi \times \text{rayon}$$

Exemple

Un disque de rayon 5 cm a pour périmètre :

$$2 \times \pi \times 5 \approx 2 \times 3,14 \times 5 = 31,4 \text{ cm}$$

IV - Périmètres de figures composées

Méthode 2

Pour calculer le périmètre d'une figure composée de plusieurs formes simples, on additionne les longueurs de **tous les côtés du contour** — sans oublier qu'un côté partagé par deux formes qui se touchent n'est pas un bord du contour final.

Exemple

Le contour d'un jardin en forme de « L » se calcule en additionnant les six longueurs de ses côtés, y compris celles qui ne sont pas données directement mais qui se déduisent des autres.

Chapitre 12

Division décimale et sens quotient d'une fraction

I - Poser une division décimale

Définition 1

Contrairement à la division euclidienne, la **division décimale** admet pour quotient un nombre décimal.

Méthode 1

Lorsque l'on effectue une division décimale :

- lorsqu'il n'y a plus de chiffre à abaisser, on peut ajouter au dividende autant de zéros que l'on veut après la virgule ;
- la division s'arrête lorsque le reste est égal à 0, **ou** que les restes se répètent en boucle.

Remarque

Ajouter des zéros après la virgule ne change pas le dividende : $253 = 253,000$. C'est ce qui autorise à continuer la division.

Exemple

$253 \div 8$: le reste devient nul après trois décimales.

$$\begin{array}{r}
 253,000 \quad | \quad 8 \\
 \underline{- 24} \\
 13 \\
 \underline{- 8} \\
 50 \\
 \underline{- 48} \\
 20 \\
 \underline{- 16} \\
 40 \\
 \underline{- 40} \\
 0
 \end{array}$$

Fig. 55. – $253 \div 8 = 31,625$. Les zéros gris ont été ajoutés au dividende pour poursuivre la division.

II - Quand la division ne s'arrête pas

Example

200 $\div$ 9 : le reste vaut 2 à chaque étape, et le chiffre 2 revient indéfiniment au quotient.

[illegible]

Fig. 56. – $200 \div 9 = 22,222\dots$: les restes se répètent, la division ne s'arrête jamais.

Définitions

Exemple :
Lorsque les restes d'une division décimale se répètent en boucle, on peut écrire le quotient de deux façons :

- sous forme de **fraction**, c'est sa **valeur exacte** ;
- sous forme décimale, en arrondissant, c'est une **valeur approchée**.

III - Arrondir un nombre décimal

Définition 2

Arrondir un nombre décimal, c'est le remplacer par un nombre proche plus simple, en ne conservant qu'un certain nombre de chiffres après la virgule.

Méthode 2

Pour arrondir à une position donnée :

1. repérer le **chiffre à garder** (unité, dixième, centième...) ;
2. regarder le **chiffre suivant** :
 - s'il est 0, 1, 2, 3 ou 4, rien ne change ;
 - s'il est 5, 6, 7, 8 ou 9, on ajoute 1 au chiffre à garder ;
3. effacer les chiffres situés après la position donnée.

Examples

Arrondir	Nombre	Arrondi
à l'unité	34,27	≈ 34
à l'unité	34,57	≈ 35

Arrondir	Nombre	Arrondi
au dixième	12,34	$\approx 12,3$
au dixième	12,36	$\approx 12,4$
au centième	7,842	$\approx 7,84$

Remarque

On écrit $\approx$ et non $=$: un arrondi n'est pas égal au nombre de départ.

IV - Le quotient d'un entier par un entier

Définition 3

Le **quotient** de l'entier a par l'entier b non nul, noté $\frac{a}{b}$, est le nombre qui, multiplié par b , donne a :

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

V - Le sens quotient d'une fraction

Pour mieux comprendre

Partager une bande de longueur 1 en 4 parts égales, c'est construire un **guide-âne** : chaque partage vaut $\frac{1}{4}$ de la bande, et 3 parts valent $\frac{3}{4}$ — c'est-à-dire $3 \div 4$.

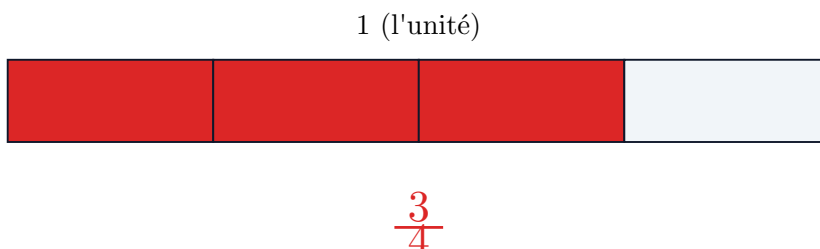


Fig. 57. — La bande partagée en 4 : 3 parts valent $\frac{3}{4}$, la valeur exacte de $3 \div 4$.

Exemples

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75 \quad \frac{253}{8} = 253 \div 8 = 31,625$$

$$\frac{7}{3} = 7 \div 3 = 2,333\dots$$

$$\begin{array}{r|l}
 3,00 & 4 \\
 - 28 & 0,75 \\
 \hline
 20 & \\
 - 20 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

Fig. 58. — $3 \div 4 = 0,75$: ici la division s'arrête, la fraction $\frac{3}{4}$ est un nombre décimal.

Remarque

$\frac{3}{4}$ et $0,75$ désignent le même nombre. En revanche, $\frac{7}{3}$ n'est pas un nombre décimal : seule l'écriture fractionnaire en donne la valeur exacte.

VI - Égalités à trous multiplicatives

Méthode 3

Pour compléter une égalité du type $5 \times \square = 35$, on utilise le quotient : $\square = 35 \div 5$.

Exemples

$$5 \times \square = 35 \quad \text{donc} \quad \square = 35 \div 5 = 7 \quad \square \times 8 = 3 \quad \text{donc} \quad \square = 3 \div 8 = \frac{3}{8}$$

VII - Nature du nombre a/b

Propriété 1

Le nombre $\frac{a}{b}$ peut être :

- un **nombre entier**, si la division $a \div b$ tombe juste sur un entier ;
- un **nombre décimal non entier**, si la division $a \div b$ s'arrête après un ou plusieurs chiffres après la virgule ;
- un nombre **non décimal**, si la division $a \div b$ ne s'arrête jamais.

Exemples

Fraction	Division	Nature
$\frac{12}{4}$	$12 \div 4 = 3$	entier
$\frac{3}{4}$	$3 \div 4 = 0,75$	décimal non entier
$\frac{7}{3}$	$7 \div 3 = 2,333...$	non décimal

Chapitre 13

Symétrie axiale

I - Symétrique d'un point

Définition 1

Le **symétrique** d'un point M par rapport à une droite (d) est le point M' tel que (d) soit la médiatrice du segment $[MM']$.

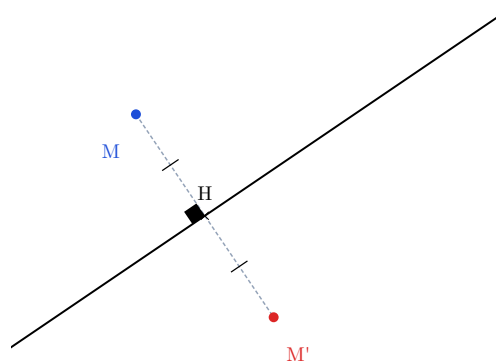


Fig. 59. – M' est le symétrique de M par rapport à (d) : (d) coupe $[MM']$ à angle droit, en son milieu H .

Remarque

Si M appartient à la droite (d) , alors M est son propre symétrique.

II - Propriétés de la symétrie axiale

Propriété 1

La symétrie axiale **conserve les longueurs** : si M' et N' sont les symétriques de M et N , alors $M'N' = MN$.

Propriété 2

La symétrie axiale **conserve les angles**, et donc :

- le symétrique d'une droite est une droite ;
- le symétrique d'un segment est un segment de même longueur ;
- le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon ;
- le symétrique d'une figure a la même aire que la figure de départ.

III - Construire un symétrique

a) Sur papier quadrillé ou pointé

Méthode 1

Sur un quadrillage, on compte le nombre de carreaux qui séparent chaque point de l'axe, et on reporte le même nombre de carreaux de l'autre côté, sur la même ligne.

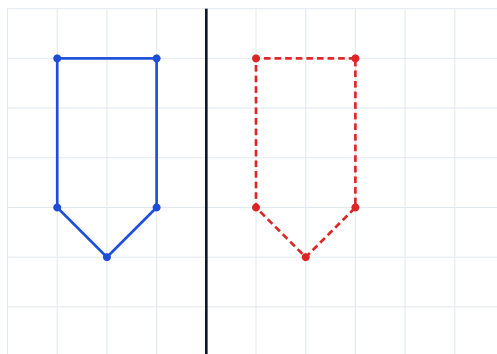


Fig. 60. – Chaque sommet du symétrique se trouve en comptant les carreaux jusqu'à l'axe, puis en reportant ce nombre de l'autre côté.

b) Sur papier uni, au compas

Protocole

Pour construire le symétrique M' d'un point M par rapport à une droite (d) , sans quadrillage :

1. tracer la droite perpendiculaire à (d) passant par M ; elle coupe (d) en un point H ;
2. avec le compas, reporter la longueur MH de l'autre côté de (d) , sur cette même perpendiculaire : on obtient M' .

IV - Axes de symétrie d'une figure

Définition 2

Un **axe de symétrie** d'une figure est une droite telle que la figure soit sa propre symétrique par rapport à cette droite.

On sait que

La médiatrice d'un segment et la bissectrice d'un angle sont déjà des axes de symétrie : la médiatrice de $[AB]$ échange A et B , et la bissectrice d'un angle échange ses deux côtés.

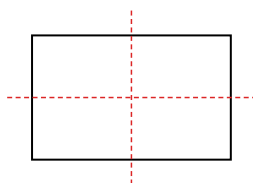


Fig. 61. – Le rectangle a 2 axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

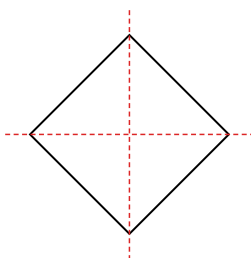


Fig. 62. – Le losange a 2 axes de symétrie : ses diagonales, qui sont aussi les bissectrices de ses angles.

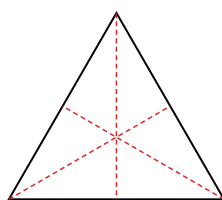


Fig. 63. – Le triangle équilatéral a 3 axes de symétrie : une médiatrice par côté.

Chapitre 14

Proportionnalité

I - Définition

Définition 1

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant celles de l'autre **toujours par le même nombre** — appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemples

- « 2 € le kilo de pommes » : le prix est proportionnel à la masse achetée, de coefficient 2.
- La quantité d'ingrédients d'une recette est proportionnelle au nombre de parts préparées.

II - Reconnaître une situation de proportionnalité

Méthode 1

Pour savoir si une situation relève du **modèle de la proportionnalité**, on cherche s'il existe un même coefficient qui permet de passer de toutes les valeurs d'une grandeur à celles de l'autre.

Exemple — Contre-exemple

Le prix d'un trajet en taxi n'est en général **pas proportionnel** à la distance parcourue : il existe souvent une prise en charge fixe, qui s'ajoute même pour une distance nulle.

III - Résoudre un problème de proportionnalité

Pour mieux comprendre

Trois procédures, toutes fondées sur le sens de la proportionnalité — et jamais sur une règle mécanique appliquée sans réfléchir :

- la **linéarité multiplicative** : multiplier une valeur par un nombre multiplie l'autre par le même nombre ;
- la **linéarité additive** : additionner deux valeurs d'une grandeur additionne les valeurs correspondantes de l'autre ;
- le **retour à l'unité** : calculer d'abord la valeur pour une seule unité, puis multiplier.

Masse (kg)	1	4	7
Prix (€)	3	12	21

Fig. 64. – La linéarité multiplicative, lue par une flèche : multiplier la masse par 3 multiplie le prix par 3.

Méthode 2 — Retour à l'unité

4 kg de pommes coûtent 12 €. Combien coûtent 7 kg ?

1. Prix d'1 kg : $12 \div 4 = 3$ €.
2. Prix de 7 kg : $3 \times 7 = 21$ €.

IV - Représenter une situation de proportionnalité

Notation

Un tableau de proportionnalité indique toujours les **grandeurs et leurs unités**, en ligne ou en colonne — jamais des nombres seuls, sans signification.

Remarque

Le « produit en croix » n'est pas utilisé ici : chaque calcul s'appuie sur le sens de la proportionnalité, avec une flèche ou un retour à l'unité, pas sur une manipulation formelle des nombres.

V - Problèmes d'échelles

Définition 2

L'**échelle** d'un plan ou d'une carte est le coefficient de proportionnalité entre une longueur mesurée sur le document et la longueur réelle correspondante.

Exemple

Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{1000}$, une longueur de 1 cm représente 1000 cm, soit 10 m, dans la réalité.

Chapitre 15

Aires et conversions

I - Rappels sur les quadrilatères

a) Quadrilatères usuels

Définitions

- Un **polygone** est une figure fermée délimitée par des segments.
- Un **quadrilatère** est un polygone à quatre côtés.

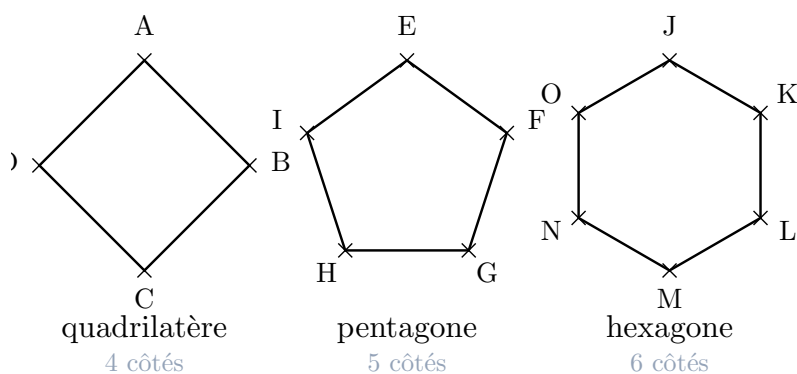


Fig. 65. – Le nom d'un polygone ne dépend que de son nombre de côtés.

Définitions

- Un **losange** a ses 4 côtés de la même longueur.
- Un **rectangle** a ses 4 angles droits.
- Un **carré** a ses 4 côtés égaux et ses 4 angles droits : c'est à la fois un rectangle et un losange.
- Un **trapèze** a deux côtés parallèles.

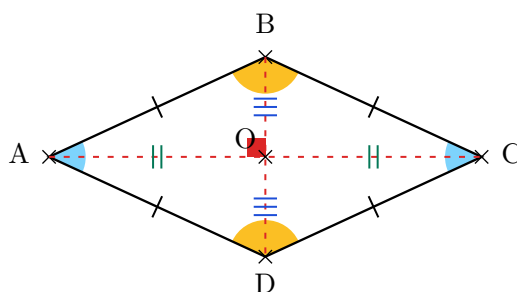
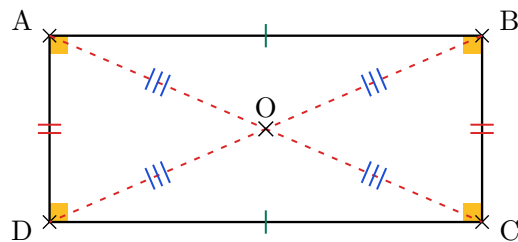
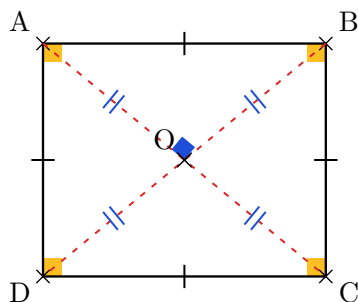
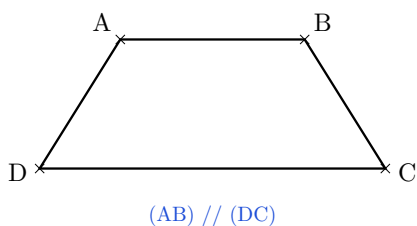


Fig. 66. – Losange $ABCD$.

Fig. 67. – Rectangle $ABCD$.Fig. 68. – Carré $ABCD$.Fig. 69. – Trapèze $ABCD$.**Propriétés**

- Losange et rectangle ont leurs diagonales qui se coupent en leur milieu.
- Les diagonales du losange sont perpendiculaires ; celles du rectangle sont de même longueur ; celles du carré ont les deux propriétés à la fois.

II - Comparer des aires sans mesurer**Méthode 1 — Par superposition**

Pour comparer les aires de deux figures découpées, on peut poser l'une sur l'autre : si elles se recouvrent exactement, elles ont la même aire.

Méthode 2 — Par découpage et recollement

On découpe une figure en morceaux, puis on les réarrange autrement : l'aire totale ne change pas, même si la forme obtenue est différente.

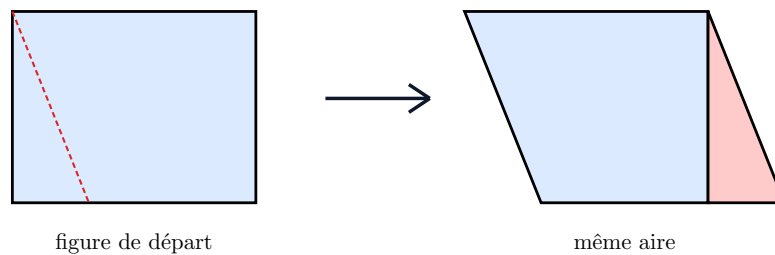


Fig. 70. – Le rectangle est découpé en biais ; le triangle détaché glisse de l'autre côté. La figure obtenue a une forme différente, mais la même aire.

III - Unités d'aire et conversions

Vocabulaire

L'unité d'aire associée à une unité de longueur est le carré construit sur cette longueur : le mètre carré (m^2) est l'aire d'un carré de 1 m de côté.

Propriété 1

Contrairement aux longueurs, les unités d'aire s'enchaînent par 100 (et non par 10) : un carré de 10 fois plus grand côté a une aire 100 fois plus grande.

Exemples

$$1\text{m}^2 = 10000\text{cm}^2 \quad 1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$$

IV - Aire d'un carré et d'un rectangle

Formules

aire du carré = côté $\times$ côté aire du rectangle = largeur $\times$ hauteur

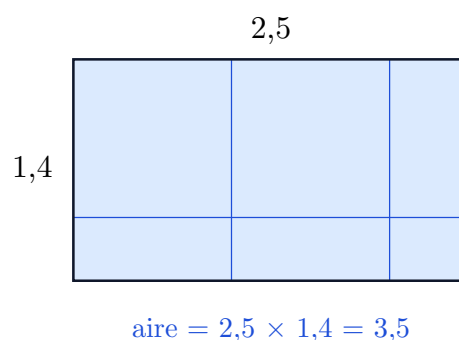


Fig. 71. – L'aire du rectangle, vue comme un quadrillage de carreaux d'unité.

Méthode 3 — Substituer une valeur à une lettre

Pour calculer une aire à partir d'une formule, on remplace chaque lettre par la longueur correspondante, puis on effectue le calcul.

Exemple

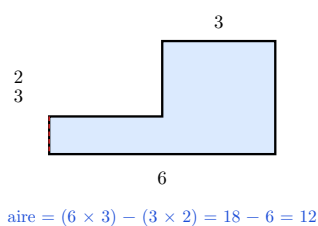
Un rectangle de largeur 6 cm et de hauteur 3,5 cm a pour aire :

$$6 \times 3,5 = 21\text{cm}^2$$

V - Aires de figures composées

Méthode 4

Pour calculer l'aire d'une figure composée, on la décompose en carrés et en rectangles dont on connaît — ou dont on peut calculer — les dimensions, puis on additionne (ou on soustrait) leurs aires.



$$\text{aire} = (6 \times 3) - (3 \times 2) = 18 - 6 = 12$$

Fig. 72. — L'aire de la figure en L s'obtient en soustrayant un petit rectangle à un grand.

Chapitre 16

Fractions, proportions et pourcentages

I - La fraction comme opérateur

Pour mieux comprendre

Une fraction ne désigne pas seulement un nombre : elle peut aussi **s'appliquer** à une quantité, comme une instruction — « prendre $\frac{2}{3}$ de... ».

Méthode 1

Pour appliquer une fraction $\frac{a}{b}$ à un nombre entier n , on multiplie :

$$\frac{a}{b} \times n$$

Exemple

Les $\frac{2}{3}$ d'une classe de 24 élèves :

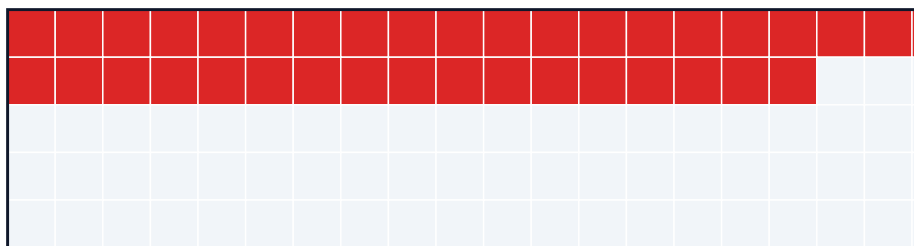
$$\frac{2}{3} \times 24 = \frac{2 \times 24}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

16 élèves.

II - Sens et définition d'un pourcentage

Définition 1

Un **pourcentage** est une façon d'exprimer une fraction de dénominateur 100 : « $t\%$ » signifie « t pour 100 », c'est-à-dire $\frac{t}{100}$.



37 cases coloriées sur 100, soit 37 %

Fig. 73. — 37%, ce sont 37 cases coloriées sur les 100 d'une bande.

III - Calculer une proportion

Définition 2

La **proportion** d'une partie dans un tout est le quotient de la valeur de la partie par la valeur du tout.

Méthode 2

Pour exprimer une proportion sous forme de pourcentage, on calcule le quotient partie/tout, puis on le convertit en fraction de dénominateur 100.

Exemple

Dans une classe de 25 élèves, 20 pratiquent un sport.

$$\frac{20}{25} = \frac{80}{100} = 80\%$$

80% des élèves de la classe pratiquent un sport.

IV - Appliquer un pourcentage**Méthode 3**

Appliquer $t\%$ à une quantité n , c'est calculer $\frac{t}{100} \times n$.

Exemples

- 20% de 45 € :

$$\frac{20}{100} \times 45 = 9 \text{ €}$$

- 50% d'une quantité, c'est sa **moitié** ; 25%, son **quart** ; 10%, son **dixième**.

V - Associer les écritures d'un nombre**Propriété 1**

Un même nombre peut s'écrire de plusieurs façons : en écriture à virgule, en fraction, en nombre mixte, ou en pourcentage.

Exemples

Virgule	Fraction	Nombre mixte	Pourcentage
0,75	$\frac{3}{4}$	—	75%
1,5	$\frac{3}{2}$	$1 \frac{1}{2}$	150%
0,2	$\frac{1}{5}$	—	20%

Chapitre 17

Vision dans l'espace et volumes

I - Reconnaître les solides usuels

Vocabulaire

- Le **cube** et le **pavé droit** ont des faces rectangulaires (carrées pour le cube).
- Le **cylindre** a deux faces circulaires reliées par une surface courbe.
- Le **cône** et la **pyramide** se terminent en pointe : le cône a une base circulaire, la pyramide une base polygonale.
- La **boule** est ronde dans toutes les directions.
- Un **prisme droit** a deux faces polygonales identiques, reliées par des rectangles.

II - Perspective cavalière

Pour mieux comprendre

La **perspective cavalière** est une façon de représenter un solide en deux dimensions qui garde les faces de face en vraie grandeur : la profondeur est tracée en oblique, réduite de moitié.

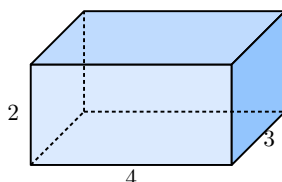


Fig. 74. – Un pavé droit en perspective cavalière : les arêtes cachées sont en pointillés.

Remarque

Un cube est un pavé droit particulier, dont les trois dimensions sont égales.

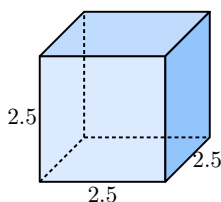


Fig. 75. – Un cube, dessiné avec la même méthode.

III - Assemblages de cubes

Méthode 1 — Dessiner un assemblage à main levée

Pour dessiner un assemblage de cubes, on trace d'abord les faces visibles de face, puis celles du dessus et de droite, en reportant la même réduction en oblique que pour un cube seul.

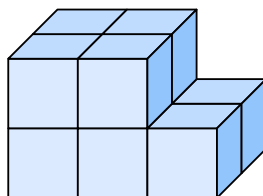


Fig. 76. — Un assemblage de 10 cubes, en escalier : seules les faces au contact de l'air sont dessinées.

Méthode 2 — Passer du solide à ses représentations planes

Un même assemblage se décrit de plusieurs façons : par un dessin en perspective, par une vue de face, de dessus ou de côté, ou par un nombre de cubes empilés à chaque emplacement.

IV - Le patron d'un solide

Définition 1

Un **patron** d'un solide est une figure plane qui, une fois découpée et pliée, permet de reconstruire ce solide.

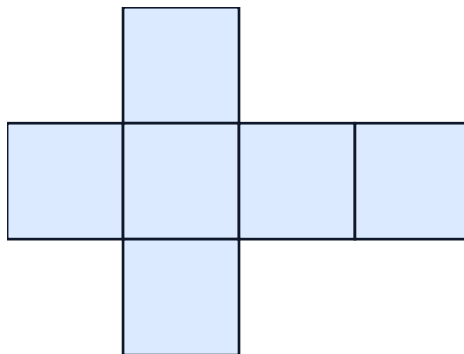


Fig. 77. — Un patron du cube : six faces carrées, disposées en croix.

Remarque

Un même solide peut avoir plusieurs patrons différents : ce qui compte, c'est que les faces se replient exactement sur les arêtes du solide, sans trou ni recouvrement.

V - Le volume, en centimètres cubes

Définition 2

L'unité **centimètre cube** (cm^3) est le volume d'un cube de 1 cm d'arête. Un assemblage de n cubes de 1 cm d'arête a donc un volume de $n \text{ cm}^3$.

Méthode 3 — Comparer et déterminer des volumes

Pour comparer deux assemblages de cubes identiques, on compte le nombre de cubes de chacun : celui qui en contient le plus a le plus grand volume.

Exemple

L'assemblage en escalier ci-dessus contient 10 cubes de 1 cm d'arête : son volume est 10cm^3 .

Chapitre 18

Durées et repérage dans le temps

I - Unités de durée

Vocabulaire

1 jour = 24 heures 1 heure = 60 minutes 1 minute = 60 secondes

Remarque

Contrairement aux longueurs, les durées ne s'enchaînent pas toutes par 10 ou par 100 : les heures et les minutes se comptent par 60 (système **sexagésimal**), et les jours par 24 heures.

II - Convertir des durées

Méthode 1 — Du système sexagésimal au système décimal

Pour convertir des minutes en heures décimales, on divise par 60.

Exemple

$1 \text{ h } 30 \text{ min} = 1 + \frac{30}{60} = 1 + 0,5 = 1,5 \text{ h.}$

Méthode 2 — Du système décimal au système sexagésimal

Pour convertir des heures décimales en heures et minutes, on multiplie la partie décimale par 60.

Exemple

$2,25 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0,25 \times 60 \text{ min} = 2 \text{ h } 15 \text{ min.}$

Remarque

$2,25 \text{ h}$ ne se lit **pas** « 2 h 25 » : la partie décimale d'une heure n'est pas directement un nombre de minutes.

III - Calculs sur les horaires et les durées

Méthode 3 — Additionner des durées

On additionne les heures entre elles et les minutes entre elles, puis on convertit un éventuel dépassement de 60 minutes en heures supplémentaires.

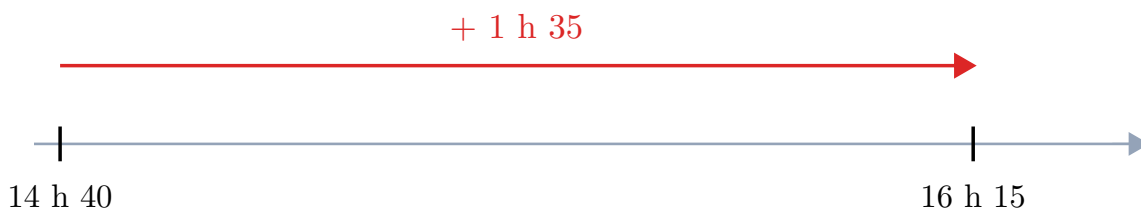


Fig. 78. – Une durée s'ajoute à une heure de départ pour donner l'heure d'arrivée.

Exemple

$14 \text{ h } 40 + 1 \text{ h } 35 : 40 + 35 = 75 \text{ min} = 1 \text{ h } 15 \text{ min}$, donc $14 + 1 + 1 = 16 \text{ h } 15$.

Méthode 4 — Calculer une durée entre deux horaires

Pour calculer la durée entre deux horaires, on peut avancer par étapes simples — jusqu'à l'heure pleine suivante, puis d'heure en heure — plutôt que de poser une soustraction directe.

IV - Problèmes de calendrier et de planification

Exemple

Un train part à 9 h 50 et le trajet dure 2 h 25. Il arrive à $9 \text{ h } 50 + 2 \text{ h } 25 = 12 \text{ h } 15$.

Remarque

Un problème de planification se résout souvent en plaçant les événements sur une frise chronologique, comme pour l'addition de durées.

Chapitre 19

Probabilités

I - Vocabulaire du hasard

Vocabulaire

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat à l'avance.
- Chaque résultat possible est une **issue** de l'expérience.
- Deux expériences sont **indépendantes** si le résultat de l'une n'influence pas le résultat de l'autre.

Exemple

Lancer un dé à 6 faces est une expérience aléatoire à 6 issues : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Notation

On dit qu'un évènement a « a chances sur b » de se réaliser lorsqu'il correspond à a issues parmi les b issues possibles.

II - La probabilité, un nombre entre 0 et 1

Définition 1

La **probabilité** d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1 qui mesure sa chance de se réaliser : 0 pour un évènement **impossible**, 1 pour un évènement **certain**.

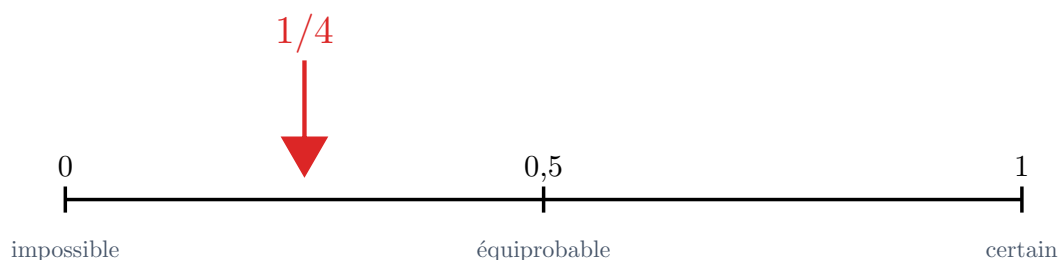


Fig. 79. – La probabilité se place sur une graduation entre l'impossible et le certain.

Propriété 1

Un évènement qui a « a chances sur b » de se réaliser a pour probabilité le quotient $\frac{a}{b}$, qui peut s'écrire en fraction, en écriture décimale ou en pourcentage.

Exemple

La probabilité d'obtenir un 6 en lançant un dé est $\frac{1}{6} \approx 0,167 \approx 17\%$.

III - Équiprobabilité

Définition 2

Une expérience est en situation d'**équiprobabilité** lorsque toutes ses issues ont la même probabilité de se réaliser.

Méthode 1

En situation d'équiprobabilité à n issues, chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{n}$. Pour calculer la probabilité d'un évènement, on compte le nombre d'issues qui le réalisent, et on divise par n .

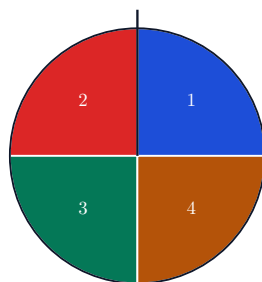


Fig. 80. — Une roue à 4 secteurs identiques : chaque secteur a la probabilité $\frac{1}{4}$ d'être désigné.

Exemple

La probabilité d'obtenir un nombre pair en lançant un dé équilibré : les issues favorables sont 2, 4, 6, soit 3 issues sur 6.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

IV - Approche fréquentiste

Pour mieux comprendre

En répétant une expérience aléatoire un grand nombre de fois, la **fréquence** d'un évènement — le nombre de fois où il se réalise, divisé par le nombre total d'essais — se rapproche de sa probabilité.

Exemple

En lançant une pièce 200 fois, on peut obtenir 94 fois « pile », soit une fréquence de $\frac{94}{200} = 0,47$ — une valeur proche de la probabilité théorique $\frac{1}{2}$, sans lui être exactement égale.

Remarque

Plus le nombre de répétitions est grand, plus la fréquence observée se rapproche généralement de la probabilité théorique.